

NGUYỄN HOÀNG THANH - NGÔ DƯƠNG THÙY

# KHAI PHÓNG NĂNG LỰC TOÁN 7

THĂNG LONG BÌNH TÂN

542/8 TỈNH LỘ 10, P. BÌNH TRỊ ĐÔNG, Q. BÌNH TÂN, HCM



# Mục lục

<b>1</b>	<b>Số hữu tỉ</b>	<b>1</b>
1.1	Số hữu tỉ và các phép toán	1
1.2	Cộng, trừ số hữu tỉ	5
1.3	Nhân, chia số hữu tỉ	8
1.4	Lũy thừa với số mũ tự nhiên của số hữu tỉ	13
1.5	Làm quen với số thập phân vô hạn tuần hoàn	18
<b>2</b>	<b>Số thực</b>	<b>21</b>
2.1	Số vô tỉ. Căn bậc hai số học	21
2.2	Tập số thực	23
2.3	Làm tròn số	25
<b>3</b>	<b>Một số hình khối trong thực tiễn</b>	<b>28</b>
3.1	Hình hộp chữ nhật và hình lập phương	28
3.2	Diện tích xung quanh và thể tích hình hộp chữ nhật	31
3.3	Hình lăng trụ đứng tam giác. Lăng trụ đứng tứ giác	34
3.4	Diện tích xung quanh và thể tích: Lăng trụ đứng tam giác. Lăng trụ đứng tứ giác	37
<b>4</b>	<b>Góc. Đường thẳng song song</b>	<b>41</b>
4.1	Tia phân giác của góc	41
4.2	Hai góc đối đỉnh	44
4.3	Hai góc kề nhau, bù nhau	47
4.4	Hai đường thẳng song song và dấu hiệu nhận biết	50
4.5	Tiên đề O-Clit về đường thẳng song song	54
<b>5</b>	<b>Biểu diễn dữ liệu</b>	<b>57</b>
5.1	Thu thập và phân loại dữ liệu	57
5.2	Biểu đồ hình cột	60
5.3	Biểu đồ hình quạt tròn	64
5.4	Biểu đồ đoạn thẳng	71
<b>6</b>	<b>Các đại lượng tỷ lệ</b>	<b>77</b>
6.1	Tỷ lệ thức	77
6.2	Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau	79
6.3	Đại lượng tỷ lệ thuận	82
6.4	Đại lượng tỷ lệ nghịch	85
<b>7</b>	<b>Biểu thức đại số</b>	<b>89</b>
7.1	Biểu thức đại số	89
7.2	Đa thức một biến	91
7.3	Cộng, trừ đa thức 1 biến	94
7.4	Nhân đa thức một biến	96
7.5	Chia đa thức 1 biến	98
<b>8</b>	<b>Tam giác. Tam giác cân</b>	<b>100</b>
8.1	Tổng các góc trong một tam giác	100
8.2	Hai tam giác bằng nhau	103
8.3	Ba trường hợp hai tam giác bằng nhau	105
8.4	Tam giác cân	110
8.5	Kĩ thuật chứng minh hai tam giác bằng nhau	115
<b>9</b>	<b>Quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác</b>	<b>119</b>
9.1	Quan hệ giữa ba cạnh trong tam giác	119

9.2 Đường xiên và đường vuông góc . . . . .	121
9.3 Đường trung trực của đoạn thẳng . . . . .	123
9.4 Đường đặc biệt trong tam giác . . . . .	125
<b>10 Làm quen với biến cố và xác suất</b>	<b>133</b>
10.1 Làm quen với biến cố . . . . .	133



# Chương 1

## Số hữu tỉ

### 1.1 Số hữu tỉ và các phép toán

#### 1.1.1 Định nghĩa và tính chất

**Định nghĩa 1.1.** Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ . Tập hợp số hữu tỉ được kí hiệu là  $\mathbb{Q}$ .

- Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương.
- Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm.
- Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.
- Số hữu tỉ  $-\frac{a}{b}$  là số đối của số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$ .
- Trong cách viết số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  thì  $a$  được gọi là tử số và  $b$  được gọi là mẫu số. Số nguyên là số hữu tỉ có mẫu bằng 1.

**Ví dụ 1.**  $\frac{2}{3}$  là số hữu tỉ, có mẫu số là 3 và tử số là 2. Đây là số hữu tỉ dương.

**Tính chất 1.1.** Cho số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$

- Nếu  $a, b$  cùng dấu thì số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  dương;
- Nếu  $a, b$  trái dấu thì số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  âm;
- $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ .

**Lưu ý 1.1.**  $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ .

**Tính chất 1.2.** Cho  $b, c$  là hai số khác không khi đó ta có  $\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$ .

**Tính chất 1.3.** Muốn so sánh hai số hữu tỉ, ta viết chúng dưới dạng hai phân số cùng mẫu (dương) rồi so sánh hai tử số.

**Ví dụ 2.** Khi so sánh hai số hữu tỉ  $\frac{-2}{3}$  và  $\frac{-4}{3}$ , ta thấy  $\frac{-2}{3} > \frac{-4}{3}$ , vì hai phân số đó có cùng mẫu  $3 > 0$  và  $-2 > -4$ .

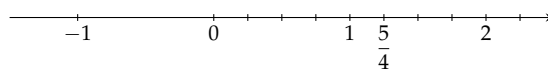
#### 1.1.2 Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

**Phương pháp giải 1.1.** Để biểu diễn số hữu tỉ trên trục số ta nên biến đổi số hữu tỉ đã cho về dạng phân số có mẫu dương.

**Ví dụ 3.** Hãy biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{5}{4}$  trên trục số.

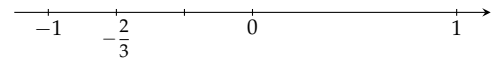
Các bước biểu diễn  $\frac{5}{4}$  trên trục số

- Nhận thấy  $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} > 0$  nên vị trí đặt phải bên phải số 0;
- Chia đoạn từ 1 đến 2 thành 4 phần bằng nhau, lấy một phần kể từ vị trí số 1 để đặt vị trí  $\frac{5}{4}$  (như hình vẽ).



**Ví dụ 4.** Biểu diễn  $\frac{-2}{3}$  trên trục số

Các bước biểu diễn  $-\frac{2}{3}$  trên trục số:



- Nhận thấy  $-\frac{2}{3} = -\frac{2}{3} < 0$  nên vị trí bên trái số 0;
- Chia đoạn từ  $-1$  đến  $0$  thành 3 phần bằng nhau, lấy hai phần kể từ số 0 để đặt vị trí  $-\frac{2}{3}$  (như hình vẽ).

1.1.3 Bài tập

TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Điền kí hiệu thích hợp vào ô trống  $\frac{1}{5} \square \mathbb{Q}$

- A.  $\in$ .                                      B.  $\notin$ .                                      C.  $\emptyset$ .                                      D.  $=$ .

Câu 2. Cho các số sau:  $-\frac{3}{2}; 1\frac{2}{7}; \frac{0}{7}; \frac{7}{0}; -\frac{2}{-5}; 0, 15$ . Hãy cho biết số nào không phải là số hữu tỉ?

- A.  $\frac{0}{7}$ .                                      B.  $\frac{7}{0}$ .                                      C.  $-\frac{3}{2}$ .                                      D.  $1\frac{2}{7}$ .

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Số  $-2,25$  là số hữu tỉ.                                      B. Số  $\frac{0,1}{6}$  là số hữu tỉ.  
 C. Số  $\frac{0,1}{6}$  không phải là số hữu tỉ.                                      D. Số tự nhiên cũng là số hữu tỉ.

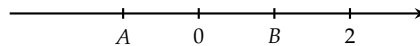
Câu 4. Hai phân số nào sau đây cùng biểu diễn một số hữu tỉ?

- A.  $\frac{1}{3}$  và  $\frac{7}{21}$ .                                      B.  $-\frac{1}{2}$  và  $\frac{9}{2}$ .                                      C.  $-0,4$  và  $-\frac{11}{2}$ .                                      D.  $5\frac{1}{2}$  và  $5,2$ .

Câu 5. Phân số nào sau đây biểu diễn số hữu tỉ  $0,3$ ?

- A.  $1\frac{1}{3}$ .                                      B.  $-\frac{9}{3}$ .                                      C.  $\frac{6}{20}$ .                                      D.  $-\frac{6}{20}$ .

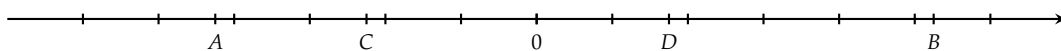
Câu 6. Cho trục số sau:



Điểm A biểu diễn số nào trên trục số?

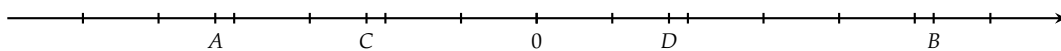
- A. 2.                                      B. 3.                                      C. -1.                                      D. 1.

Câu 7. Trên trục số dưới đây, cho 4 điểm A, B, C, D biểu diễn các số hữu tỉ. Điểm biểu diễn số lớn nhất là



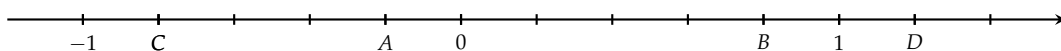
- A. A.                                      B. B.                                      C. C.                                      D. D.

Câu 8. Trên trục số dưới đây, cho 4 điểm A, B, C, D biểu diễn các số hữu tỉ. Sắp xếp các điểm đó theo thứ tự tăng dần của số mà điểm biểu diễn.



- A. A, B, C, D.                                      B. A, C, D, B.                                      C. B, D, C, A.                                      D. B, D, A, C.

Câu 9. Cho trục số sau:



Điểm biểu diễn số đối của số  $\frac{4}{5}$  trên trục số là điểm nào?

- A. A.                                      B. B.                                      C. C.                                      D. D.

Câu 10. Các phân số biểu diễn số hữu tỉ  $-\frac{3}{7}$  là

- A.  $\frac{3}{-7}; -\frac{6}{14}; \frac{12}{-28}; \frac{9}{21}$ .                                      B.  $\frac{3}{-7}; -\frac{6}{14}; \frac{12}{-28}; -\frac{9}{21}$ .                                      C.  $\frac{7}{-3}; -\frac{6}{14}; \frac{12}{-28}; -\frac{9}{21}$ .                                      D.  $\frac{7}{-3}; -\frac{6}{14}; \frac{12}{-28}; \frac{9}{21}$ .

✦ BÀI TẬP ✦

**A. Nhận biết số hữu tỉ, tập hợp các số hữu tỉ  $\mathbb{Q}$ , số đối của số hữu tỉ.**
**Bài tập 1.** Hãy trả lời các câu hỏi sau

- a) Tập hợp các số tự nhiên kí hiệu là gì?                      b) Tập hợp các số tự nhiên khác 0 kí hiệu là gì?
- c) Tập hợp các số nguyên kí hiệu là gì?                      d) Tập hợp các số nguyên âm kí hiệu là gì?
- e) Tập hợp các số nguyên dương kí hiệu là gì?                      f) Tập hợp các số hữu tỷ kí hiệu là gì?

**Bài tập 2.** Số nguyên  $\dots - 2; -1; 0; 1; 2 \dots$  có là số hữu tỉ không? Vì sao?

**Bài tập 3.** Tìm số đối của các số hữu tỉ sau

- a)  $\frac{2}{3}$ ;                      b)  $\frac{-5}{7}$ ;                      c)  $\frac{6}{-11}$ ;                      d)  $-\frac{-3}{4}$ ;
- e)  $\frac{5}{3}$ ;                      f)  $\frac{-15}{17}$ ;                      g)  $\frac{8}{-13}$ ;                      h)  $-\frac{-7}{-11}$ .

**B. Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số.**
**Bài tập 4.** Biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0, 1$  trên trục số.

**Bài tập 5.** Biểu diễn số hữu tỉ  $-\frac{1}{4}, \frac{-3}{4}, 0, -1$  trên trục số.

**Bài tập 6.** Biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{5}{4}; \frac{-3}{4}; \frac{3}{-5}$  trên trục số.

**Bài tập 7.** Hãy trả lời các câu hỏi sau

- a) Trong các phân số  $\frac{-12}{15}; \frac{-15}{20}; \frac{24}{-32}; \frac{-20}{28}; \frac{-27}{36}$  phân số nào biểu diễn số hữu tỷ  $\frac{-3}{4}$ ?
- b) Trong các phân số  $\frac{-14}{35}; \frac{-27}{63}; \frac{-26}{65}; \frac{-36}{84}; \frac{34}{-85}$  những phân số nào cùng biểu diễn một số hữu tỷ?

**C. So sánh hai số hữu tỉ.**
**Bài tập 8.** So sánh các số hữu tỷ

- a)  $x = \frac{2}{-7}$  và  $y = \frac{-3}{6}$ ;                      b)  $x = \frac{-213}{300}$  và  $y = \frac{18}{-25}$ ;                      c)  $x = -0,75$  và  $y = \frac{-3}{4}$ .

**Bài tập 9.** So sánh các số hữu tỉ sau

- a)  $\frac{5}{4}$  và  $\frac{3}{4}$ ;                      b)  $\frac{-3}{5}$  và  $\frac{-3}{4}$ ;                      c)  $\frac{1}{21}$  và  $\frac{3}{27}$ ;                      d)  $-\frac{7}{4}$  và  $-1,6$ .

**Bài tập 10.** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn:  $0,3; \frac{-5}{6}; -1\frac{2}{3}; \frac{4}{13}; 0; -0,875$ 
**Bài tập 11.** Dựa vào tính chất “Nếu  $x < y$  và  $y < z$  thì  $x < z$ ”, hãy so sánh

- a)  $\frac{4}{5}$  và  $1,1$ ;                      b)  $-500$  và  $0,001$ ;                      c)  $\frac{13}{38}$  và  $\frac{-12}{-37}$ ;                      d)  $\frac{45}{38}$  và  $\frac{5}{2}$ .

**Bài tập 12.** So sánh số hữu tỷ  $\frac{a}{b}$ , ( $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ ) với số 0 khi

- a)  $a$  và  $b$  cùng dấu.                      b)  $a$  và  $b$  trái dấu.

**Bài tập 13.** Giả sử  $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}$ , ( $a, b \in \mathbb{Z}, m > 0$ ) và  $x < y$ . Hãy chứng tỏ rằng nếu  $z = \frac{a+b}{2m}$  thì ta có  $x < z < y$ .

**Bài tập 14.** Cho hai số hữu tỉ  $\frac{m}{n}$  và  $\frac{p}{q}$  ( $n > 0, q > 0$ ). Chứng tỏ rằng: Nếu  $\frac{m}{n} < \frac{p}{q}$  thì  $mq < np$ .

**Bài tập 15.** So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất

- a)  $\frac{-146}{43}$  và  $\frac{1}{89}$ ;                      b)  $\frac{3131}{1313}$  và  $\frac{31}{13}$ ;                      c)  $\frac{2019}{2019}$  và  $\frac{2020}{2019}$ ;                      d)  $\frac{2019}{2018}$  và  $\frac{2020}{2019}$ .

## 1.2 Cộng, trừ số hữu tỉ

### 1.2.1 Các quy tắc

**Quy tắc 1.1.** Cộng, trừ hai số hữu tỉ cùng mẫu ta thực hiện như sau

- Giữ nguyên mẫu số.
- Thực hiện cộng, trừ các tử số với nhau.

**Ví dụ 5.** Tính  $-\frac{3}{5} + \frac{7}{5}$ .

**Quy tắc 1.2.** Cộng, trừ hai số hữu tỉ khác mẫu ta thực hiện như sau

- Quy đồng mẫu số;
- Rồi cộng, trừ hai số hữu tỉ cùng mẫu với nhau.

**Ví dụ 6.** Thực hiện phép tính  $\frac{5}{3} - \frac{-7}{4}$ .

### 1.2.2 Bài tập

**TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Kết quả của phép tính  $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$  là

- A.  $\frac{22}{15}$ .                      B.  $\frac{6}{8}$ .                      C.  $\frac{6}{15}$ .                      D.  $\frac{8}{15}$ .

**Câu 2.**  $\frac{23}{12}$  là kết quả của phép tính

- A.  $\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$ .                      B.  $\frac{1}{6} + \frac{3}{2}$ .                      C.  $\frac{5}{3} + \frac{3}{2}$ .                      D.  $1 + \frac{13}{12}$ .

**Câu 3.** Số  $\frac{-3}{14}$  được viết thành hiệu của hai số hữu tỉ dương nào dưới đây?

- A.  $\frac{2}{3} - \frac{5}{7}$ .                      B.  $\frac{1}{14} - \frac{1}{7}$ .                      C.  $\frac{1}{2} - \frac{5}{7}$ .                      D.  $\frac{3}{14} - \frac{5}{14}$ .

**Câu 4.** Chọn kết luận đúng nhất về kết quả của phép tính  $\frac{-2}{13} + \frac{-11}{26}$

- A. Là số nguyên âm.                      B. Là số nguyên dương.                      C. Là số hữu tỉ âm.                      D. Là số hữu tỉ dương.

**Câu 5.** Chọn kết luận đúng nhất về kết quả của phép tính  $\frac{5}{12} + \frac{-7}{24}$

- A. Là số nguyên âm.                      B. Là số nguyên dương.                      C. Là số hữu tỉ âm.                      D. Là số hữu tỉ dương.

**BÀI TẬP**

#### A. Thực hiện các phép tính cộng, trừ hai hai số hữu tỉ cùng mẫu.

**Bài tập 1.** Thực hiện phép tính

- a)  $\frac{5}{7} + \frac{-8}{7}$ ;                      b)  $\frac{7}{4} + \frac{11}{4}$ ;                      c)  $\frac{7}{6} - \frac{11}{6}$ ;                      d)  $\frac{13}{12} - \frac{5}{12}$ ;  
 e)  $\frac{-7}{22} + \frac{-9}{22}$ ;                      f)  $\frac{3}{5} - \frac{-9}{5}$ ;                      g)  $\frac{-8}{9} + \frac{-7}{9}$ ;                      h)  $\frac{-23}{12} - \frac{-5}{12}$ .

**Bài tập 2.** Thực hiện phép tính

- a)  $\frac{7}{-9} - \frac{13}{9}$ ;                      b)  $\frac{9}{11} - \frac{7}{-11}$ ;                      c)  $\frac{9}{-8} - \frac{11}{8}$ ;                      d)  $\frac{5}{-7} + \frac{-8}{7}$ ;  
 e)  $\frac{23}{-11} - \frac{-3}{-11}$ ;                      f)  $\frac{-3}{-7} + \frac{4}{-7}$ ;                      g)  $\frac{14}{-22} + \frac{8}{22}$ ;                      h)  $\frac{5}{-21} - \frac{-3}{21}$ .

**Bài tập 3.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{1}{3} + \left| \frac{-5}{3} \right|;$       b)  $\frac{-1}{4} + \left| \frac{5}{4} \right|;$       c)  $\frac{5}{7} + \left| \frac{-2}{7} \right|;$       d)  $\left| \frac{-1}{5} - \frac{3}{5} \right|;$   
 e)  $\left| \frac{-7}{29} \right| + \frac{-9}{29};$       f)  $\left| \frac{3}{-10} \right| - \frac{7}{10};$       g)  $\frac{4}{7} - \left| \frac{5}{-7} \right|;$       h)  $\left| \frac{12}{-5} \right| - \left| \frac{-3}{-5} \right|.$

**B. Cộng, trừ hai số hữu tỉ khác mẫu**

**Bài tập 4.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{-3}{4} + \frac{-5}{3};$       b)  $\frac{3}{-5} - \frac{1}{2};$       c)  $\frac{-5}{7} + \frac{4}{3};$       d)  $\frac{1}{5} - \frac{3}{4};$   
 e)  $\frac{-7}{3} + \frac{-5}{6};$       f)  $\frac{7}{2} - \frac{9}{4};$       g)  $\frac{-6}{5} - \frac{3}{8};$       h)  $\frac{15}{4} - \frac{7}{2};$   
 i)  $\frac{5}{3} - \frac{4}{-21};$       j)  $\frac{-3}{5} - \frac{7}{10};$       k)  $\frac{8}{15} + \frac{-7}{20};$       l)  $\frac{5}{8} - \frac{7}{10};$   
 m)  $\frac{3}{15} - \frac{4}{20};$       n)  $\frac{-1}{9} + \frac{5}{18};$       o)  $\frac{3}{4} - \frac{5}{12};$       p)  $\frac{3}{5} + \frac{-7}{4}.$

**Bài tập 5.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{3}{7} + \left( -\frac{5}{2} \right) + \left( -\frac{3}{5} \right);$       b)  $\left( -\frac{4}{3} \right) + \left( -\frac{2}{5} \right) + \left( -\frac{3}{2} \right);$   
 c)  $\frac{4}{5} - \left( -\frac{2}{7} \right) - \frac{7}{10};$       d)  $\frac{2}{3} - \left[ \left( -\frac{7}{4} \right) - \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \right) \right].$

**Bài tập 6.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \left| \frac{-1}{4} \right|;$       b)  $\left| \frac{3}{-4} \right| + \frac{-1}{6} - \frac{5}{3};$       c)  $\frac{4}{7} - \frac{1}{14} + \left| \frac{-5}{21} \right|;$   
 d)  $\frac{7}{-2} - \left| \frac{-2}{5} \right| + \frac{-9}{10};$       e)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \left| \frac{5}{-2} \right|;$       f)  $\left| \frac{-4}{3} \right| - \frac{3}{2} + \frac{5}{9};$   
 g)  $\left| \frac{7}{-4} \right| - \frac{5}{8} + \frac{-2}{3};$       h)  $\frac{4}{5} + \left| \frac{-3}{2} \right| + \frac{1}{-4};$       i)  $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} + \left| \frac{-5}{4} \right|;$   
 j)  $\left| \frac{-1}{3} \right| - \frac{5}{4} + \frac{1}{5};$       k)  $\left| \frac{-2}{3} \right| - \frac{1}{2} + 3;$       l)  $\left| \frac{-1}{4} \right| - 3 + \frac{3}{4}.$

**Bài tập 7.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{3}{5} + \left| \frac{-5}{3} \right| - \frac{-1}{2} + \frac{1}{-4};$       b)  $1\frac{3}{5} - \left| \frac{5}{2} \right| + \frac{-1}{4} + \frac{1}{8};$       c)  $\frac{1}{5} + \left| \frac{-5}{2} \right| - \frac{-1}{2} + \frac{1}{-4};$   
 d)  $\left| \frac{5}{-4} \right| - \left| \frac{1}{-3} \right| + \frac{-5}{6} - 4\frac{1}{2};$       e)  $\frac{5}{8} - \left| \frac{-1}{12} \right| - 3\frac{1}{4} + \left| \frac{-5}{6} \right|;$       f)  $\frac{3}{-7} + \left| \frac{-5}{12} \right| + 3\frac{1}{4} + \left| \frac{-5}{6} \right|;$   
 g)  $1\frac{3}{5} - \left| \frac{1}{-4} \right| + \frac{2}{-3} - \left| \frac{-1}{2} \right|;$       h)  $2\frac{1}{3} - \left| \frac{-5}{6} \right| + 1\frac{5}{12} - \left| \frac{-7}{2} \right|;$       i)  $2\frac{3}{4} - 5\frac{1}{3} + \left| \frac{11}{-6} \right| + \frac{13}{-12}.$

**C. Tìm x (giải phương trình)**

**Quy tắc 1.3.** Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải **đổi dấu** số hạng đó.

**Bài tập 8.** Tìm x, biết

**Phương pháp giải 1.2.**

Bước 1. Cô lập x (giữ x một vế, các số một vế).

Bước 2. Thực hiện phép tính vế chứa các số.

a)  $x + \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$ ;      b)  $x - \frac{3}{4} = \frac{7}{6}$ ;      c)  $\frac{5}{4} + x = \frac{2}{3}$ ;      d)  $x - \frac{4}{7} = \frac{3}{4}$ ;  
 e)  $\frac{1}{2} + x = \frac{5}{3}$ ;      f)  $\frac{4}{5} - x = \frac{3}{2}$ ;      g)  $x + \frac{5}{6} = -\frac{1}{12}$ ;      h)  $\frac{3}{4} - x = -\frac{7}{5}$ .

**Bài tập 9.** Tìm  $x$ , biết

a)  $x + \left| \frac{-2}{5} \right| = \left| \frac{-5}{3} \right|$ ;      b)  $\left| -1 + \frac{1}{3} \right| - x = \frac{3}{2}$ ;      c)  $x - \left| \frac{-4}{5} \right| = -2\frac{1}{4}$ ;      d)  $-\left| 1\frac{1}{5} \right| + x = 3\frac{1}{2}$ ;  
 e)  $x - \left| 1\frac{1}{6} \right| = \frac{5}{21}$ ;      f)  $x - \left| \frac{-2}{3} \right| = -\left| \frac{-9}{4} \right|$ ;      g)  $x + \left| -1\frac{2}{3} \right| = \left| -\frac{3}{4} \right|$ ;      h)  $x - \left| \frac{-3}{5} \right| = \left| \frac{-2}{3} \right|$ .

**D. Tìm  $x$  trong dấu giá trị tuyệt đối**

**Lưu ý 1.2.**

- Dạng  $|A| = |B|$  thì  $A = B$  hay  $A = -B$ .
- Dạng  $|A| = B$ ,
  - Nếu  $B > 0$ , thì  $A = B$  hay  $A = -B$ .
  - Nếu  $B < 0$ , không có  $x$  thỏa đề bài.

**Ví dụ 7.** Tìm  $x$  biết  $|x + 1| = \frac{1}{3}$ .

**Bài tập 10.** Tìm  $x$ , biết

a)  $|x| = \frac{2}{3}$ ;      b)  $|x| = -\frac{4}{7}$ ;      c)  $|x| = \left| \frac{-3}{2} \right|$ ;      d)  $|x| = -\frac{5}{-2}$ ;  
 e)  $|x| = 5\frac{1}{2}$ ;      f)  $|x| = \frac{1}{5} - \frac{1}{4}$ ;      g)  $|x + 1| = \frac{1}{4}$ ;      h)  $|x - 1| = \frac{2}{3}$ ;  
 i)  $|x + 2| = \frac{1}{12}$ ;      j)  $|x - 4| = \frac{1}{2}$ ;      k)  $|x + 3| = \frac{4}{5}$ ;      l)  $|x - 7| = \frac{-5}{3}$ ;  
 m)  $|x - 7| = \frac{5}{3}$ ;      n)  $\left| x - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{4}$ ;      o)  $\left| x - \frac{3}{2} \right| = 1\frac{1}{3}$ ;      p)  $\left| x - \frac{5}{4} \right| = -\frac{1}{3}$ .

**Bài tập 11.** Tìm  $x$  biết

a)  $|x + 3| = \frac{4}{5} - 1\frac{1}{2} + \frac{7}{3}$ ;      b)  $|x - 7| = \frac{1}{4} + \left| \frac{-5}{3} + \frac{1}{5} \right|$ ;      c)  $\left| x + \frac{2}{3} \right| = \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \right)$ ;  
 d)  $\left| x - \frac{1}{5} \right| = \left| \frac{-5}{2} \right| - \left( \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \right)$ ;      e)  $\left| x + \frac{5}{6} \right| = \left| \frac{1}{5} - \frac{2}{3} \right| + \frac{-3}{4}$ ;      f)  $\left| x - \frac{1}{5} \right| + \frac{1}{3} = \frac{1}{4} - \left| \frac{-3}{2} \right|$ .

**E. Một số bài toán đố (áp dụng thực tế)**

**Bài tập 12.** Hai đoạn ống nước có chiều dài lần lượt là 0,8 m và 1,35 m. Người ta nối hai đầu ống để tạo thành một ống nước mới. Chiều dài của phần nối chung là  $\frac{2}{25}$  m. Hỏi đoạn ống nước mới dài bao nhiêu mét?

**Bài tập 13.** Một nhà máy trong tuần thứ nhất đã thực hiện được  $\frac{4}{15}$  kế hoạch tháng, trong tuần thứ hai thực hiện được  $\frac{7}{30}$  kế hoạch, trong tuần thứ ba thực hiện được  $\frac{3}{10}$  kế hoạch. Để hoàn thành kế hoạch của tháng thì trong tuần cuối nhà máy phải thực hiện bao nhiêu phần kế hoạch?

### 1.3 Nhân, chia số hữu tỉ

#### 1.3.1 Các quy tắc

**Quy tắc 1.4.** Nhân hai số hữu tỉ ta thực hiện như sau

- Xác định dấu;
- Nhân tử với tử, mẫu với mẫu rồi rút gọn.

**Ví dụ 8.** Tính  $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{9}{13}\right)$ .

**Quy tắc 1.5.** Chia hai số hữu tỉ ta lấy số bị chia nhân với nghịch đảo số chia rồi làm như phép nhân. Số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  có nghịch đảo là  $\frac{b}{a}$ .

**Lưu ý 1.3.** Số nguyên  $n$  (khác 0) có nghịch đảo là  $\frac{1}{n}$ .

**Ví dụ 9.** Tính  $\frac{-4}{5} : \left(\frac{-8}{15}\right)$

**Quy tắc 1.6.** Khi thực hiện nhân hay chia hai số hữu tỉ ta cần nắm rõ quy tắc về dấu sau đây

Dấu	Phép toán	Dấu	=	kết quả
+	$x$	+	=	+
-	$x$	-	=	+
+	$x$	-	=	-
-	$x$	+	=	=

Dấu	Phép toán	Dấu	=	kết quả
+	:	+	=	+
-	:	-	=	+
+	:	-	=	-
-	:	+	=	=

#### 1.3.2 Bài tập

↻ TRẮC NGHIỆM ↻

**Câu 1.** Kết quả của phép tính  $-\frac{6}{7} \cdot \frac{21}{12}$  là

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $-\frac{3}{2}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $-\frac{2}{3}$ .

**Câu 2.** Kết quả của phép tính  $\frac{7}{4} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$  là

- A.  $\frac{5}{9}$ .                      B.  $-\frac{7}{10}$ .                      C.  $-\frac{35}{8}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 3.** Thực hiện phép tính  $\frac{5}{11} : \frac{15}{22}$  ta được kết quả là:

- A.  $\frac{2}{-5}$ .                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 4.** Thực hiện phép tính  $\frac{-7}{3} : \frac{14}{9}$  ta được kết quả là:

- A.  $\frac{2}{17}$ .                      B.  $-\frac{98}{27}$ .                      C.  $-\frac{3}{2}$ .                      D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 5.** Số nào sau đây là kết quả của phép tính  $1\frac{4}{5} : \left(-\frac{3}{4}\right)$  ta được kết quả là:

- A.  $-\frac{12}{5}$ .                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $\frac{2}{15}$ .                      D.  $\frac{12}{5}$ .

↻ BÀI TẬP ↻

#### A. Thực hiện các phép tính nhân, chia trong Q.

**Lưu ý 1.4.**

• Nhân hai số hữu tỉ ta thực hiện như sau

- Xác định dấu;
- Nhân tử với tử, mẫu với mẫu rồi rút gọn.

• Chia hai số hữu tỉ ta lấy số bị chia nhân với nghịch đảo số chia rồi làm như phép nhân.

**Bài tập 1.** Thực hiện phép tính

a)  $\left(-\frac{3}{7}\right)\left(-\frac{21}{5}\right);$       b)  $\frac{7}{3}\left(\frac{-9}{14}\right);$       c)  $\left(-\frac{-14}{15}\right)\left(-\frac{25}{7}\right);$       d)  $\left(\frac{-18}{19}\right)\left(\frac{-38}{9}\right);$

e)  $-15\left(-\frac{7}{10}\right);$       f)  $\frac{15}{4}\left(-\frac{1}{3}\right);$       g)  $\left(\frac{-3}{-4}\right)\left(1\frac{3}{5}\right);$       h)  $\left(\frac{-3}{5}\right)\left(\frac{25}{-9}\right);$

i)  $\left(-1\frac{2}{3}\right)\left(2\frac{1}{10}\right);$       j)  $\left|\frac{-15}{11}\right|\cdot\left|\frac{-22}{25}\right|;$       k)  $\left|\frac{-7}{3}\right|(-9);$       l)  $\left(\frac{-21}{5}\right)\left|\frac{-10}{63}\right|;$

**Bài tập 2.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{-30}{17} : \frac{-15}{-34};$       b)  $\frac{-13}{14} : \frac{-26}{7};$       c)  $-18 : \frac{6}{58};$       d)  $-42 : \left(\frac{-7}{3}\right);$

e)  $\frac{15}{7} : (-10);$       f)  $-42 : \left(\frac{-7}{3}\right);$       g)  $\frac{-40}{21} : \frac{10}{63};$       h)  $\frac{-15}{-14} : \left(\frac{-20}{21}\right);$

i)  $\frac{-14}{9} : \left(\frac{-7}{-18}\right);$       j)  $\frac{-40}{21} : \frac{10}{63};$       k)  $\frac{-25}{14} : \left(\frac{10}{7}\right);$       l)  $\frac{-20}{-9} : \frac{10}{-21}.$

**Bài tập 3.** Thực hiện phép tính

a)  $\left(-1\frac{1}{3}\right) : \left(-2\frac{8}{9}\right);$       b)  $\left(-5\frac{2}{3}\right) : \left(2\frac{3}{7}\right);$       c)  $\frac{-7}{5}\left(\frac{15}{14} + \frac{5}{7}\right);$       d)  $\frac{1}{5} : \frac{3}{10} + \frac{5}{6};$

e)  $\frac{10}{7} : \frac{5}{14} - \frac{2}{3};$       f)  $\frac{-3}{4} : \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{8}\right);$       g)  $\left|\frac{-5}{9}\right| \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{11}{10}\right);$       h)  $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{15} - \frac{4}{9}\right) : \frac{1}{9};$

i)  $\frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \left(-\frac{25}{6}\right);$       j)  $(-2) \cdot \frac{-38}{21} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \left(\frac{-3}{8}\right);$       k)  $\left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16}\right) \cdot \frac{3}{5};$       l)  $\frac{7}{23} \cdot \left[\left(-\frac{8}{6}\right) - \frac{45}{18}\right].$

**B. Tính nhanh, tính hợp lý.**

**Bài tập 4.** Tính hợp lý

a)  $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{7};$       b)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{5};$       c)  $21\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{19}{21}\right);$

d)  $46\left(\frac{1}{2} - \frac{7}{23} - \frac{27}{46}\right) : \frac{1}{5};$       e)  $75\left(\frac{1}{5} - \frac{3}{25} - \frac{8}{15}\right) \cdot \frac{1}{4};$       f)  $-34\left(\frac{1}{17} - \frac{5}{34} + \frac{1}{2}\right) : 4;$

g)  $45\left(\frac{-3}{5} - \frac{8}{15} + \frac{7}{3} - \frac{5}{9}\right);$       h)  $\left(\frac{11}{12} - 1\frac{5}{3} + \frac{1}{12} - \frac{1}{3}\right) : \frac{2}{3};$       i)  $-\frac{5}{9} + \frac{14}{18} - \frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{2007}.$

**Bài tập 5.** Tính hợp lý

a)  $\left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5};$       b)  $\frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3}\right);$

c)  $\left(1\frac{3}{7} - \frac{5}{12}\right) : \frac{4}{5} - \left(\frac{3}{7} - \frac{17}{12}\right) : \frac{4}{5};$       d)  $\frac{29}{19} \cdot \frac{49}{51} + \frac{29}{19} \cdot \frac{34}{51} - \frac{29}{19} \cdot \frac{32}{51};$

e)  $\left(\frac{-7}{9} + \frac{3}{11}\right) : \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{9} - \frac{19}{11}\right) : \frac{3}{4};$       f)  $4\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{-4}{5} + \frac{3}{10} \cdot \frac{8}{5}.$

**C. Tìm  $x$  (giải phương trình)****Bài tập 6.** Tìm  $x$ , biết

a)  $3x - \frac{1}{2} = \frac{5}{3};$

b)  $3x + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2};$

c)  $2x + \frac{3}{4} = \frac{5}{6};$

d)  $\frac{5}{4} + 5x = -\frac{2}{3};$

e)  $5x - \frac{1}{7} = \frac{3}{4};$

f)  $-\frac{1}{2} - 3x = \frac{5}{3};$

g)  $\frac{4}{5} - 2x = \frac{3}{2};$

h)  $10x + \frac{5}{6} = -\frac{1}{12};$

i)  $\frac{3}{4} - 7x = -\frac{17}{5}.$

**Bài tập 7.** Tìm  $x$  biết

a)  $\frac{2}{5}x + \frac{3}{2} = \frac{5}{4};$

b)  $2x + \frac{1}{2} = -\frac{5}{3} - 3x;$

c)  $\frac{1}{7} - \frac{3}{5}x = \frac{3}{5} + x;$

d)  $-3x - \frac{3}{4} = \frac{6}{5} - x;$

e)  $\frac{3}{7} - \frac{1}{2}x = \frac{5}{3} + x;$

f)  $2x - \frac{3}{4} = -\frac{5}{8};$

g)  $\frac{1}{4}x - \left| \frac{-7}{5} \right| = \frac{-5}{3} + 2x;$

h)  $\frac{3}{4} - \frac{5}{6}x = 2 - \frac{2}{3}x;$

i)  $-\frac{2}{3}x + 2 = \frac{3}{4} - x.$

**Bài tập 8.** Tìm  $x$  biết

a)  $-5\frac{1}{2}x + 1 = \frac{3}{4} - \frac{7}{6};$

b)  $2x - \frac{2}{3} - 7x = \frac{3}{2} - 1;$

c)  $\frac{3}{2}x - \frac{2}{5} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{4};$

d)  $-\frac{5}{6} + 3x = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}x;$

e)  $\frac{5}{2} \left( x - \frac{3}{5} \right) - \frac{1}{10} = x - 3;$

f)  $-\frac{4}{3} \left( x - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{2}(2x - 1).$

**Bài tập 9.** Tìm  $x$ , biết

a)  $|x| = \frac{5}{3};$

b)  $|5x| = \frac{5}{3};$

c)  $|-5x| = \frac{5}{3} + \frac{1}{2};$

d)  $|-5x| - 1 = \frac{5}{3};$

e)  $|x + 1| = \frac{1}{4};$

f)  $|2x - 1| = \frac{1}{4};$

g)  $|2x + 3| = \frac{1}{3};$

h)  $|-x - 1| = \frac{1}{6};$

i)  $|-2x - 1| = \frac{1}{6};$

j)  $|-3x + 2| = \frac{3}{4};$

k)  $|x - 4| = \frac{1}{3} - \frac{1}{7};$

l)  $\left| x - \frac{1}{4} \right| = \frac{1}{7} - \frac{1}{3}.$

**Bài tập 10.** Tìm  $x$ , biết

a)  $5|x - 3| = \frac{5}{7};$

b)  $-3|x - 5| = -\frac{3}{2};$

c)  $\frac{1}{2}|x + 5| = \frac{3}{2};$

d)  $\frac{4}{3}|x - 4| = \frac{4}{9};$

e)  $-\frac{3}{7}|x - 7| = -\frac{9}{14};$

f)  $\frac{-6}{7}|2x - 1| = \frac{-3}{14};$

g)  $\frac{4}{5}|x - 2| = \frac{8}{15};$

h)  $\frac{3}{7}|2x + 3| = \frac{6}{7};$

i)  $-3|2x - 5| = \frac{-3}{4}.$

**Bài tập 11.** Tìm điều kiện của tử và mẫu để các số hữu tỉ sau thỏa mãn

a)  $\frac{2}{x-1}$  là số hữu tỉ âm;

b)  $\frac{-5}{x-1}$  là số hữu tỉ âm;

c)  $\frac{7}{x-6}$  là số hữu tỉ dương;

d)  $\frac{-3}{x-6}$  là số hữu tỉ dương;

e)  $\frac{8}{x+7}$  là số hữu tỉ âm;

f)  $\frac{-10}{x+7}$  là số hữu tỉ âm.

**Bài tập 12.** Cho số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$ , ( $b > 0$ ). Tìm điều kiện của  $a$  và  $b$  để

a)  $\frac{a}{b} > 0;$

b)  $\frac{a}{b} < 0;$

c)  $\frac{a+1}{b} > 0;$

d)  $\frac{a}{b+1} < 0.$

**Bài tập 13.** Cho số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$ , ( $b < 0$ ). Tìm điều kiện của  $a$  và  $b$  để

a)  $\frac{a}{b} > 0;$

b)  $\frac{a}{b} < 0;$

c)  $\frac{a+1}{b} > 0;$

d)  $\frac{a}{b-1} < 0.$

**Bài tập 14.** Cho số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}; b > 0$ . Chứng minh rằng

- a) Nếu có  $\frac{a}{b} > 1$  thì  $a > b$ ;
- b) Nếu có  $a > b$  thì  $\frac{a}{b} > 1$ ;
- c) Nếu có  $\frac{a}{b} < 1$  thì  $a < b$ ;
- d) Nếu có  $a < b$  thì  $\frac{a}{b} < 1$ ;
- e) Nếu có  $a < b$  và  $c > 0$  thì  $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$ ;
- f) Nếu có  $a > b$  thì  $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$ .

**D. Một số bài toán thực tế về đời sống xã hội**

**Bài tập 15.** Mẹ bạn Minh gửi tiết kiệm 300 000 000 đồng vào một ngân hàng theo thể thức kì hạn 1 năm. Hết thời hạn 1 năm, mẹ bạn Minh nhận được cả vốn lẫn lãi là 321 600 000 đồng. Tính lãi suất ngân hàng theo thể thức gửi tiết kiệm này.

**Bài tập 16.** Vào tháng 5, giá niêm yết của một chiếc ti vi 42 inch tại một siêu thị điện máy là 8 000 000 đồng. Đến tháng 8, siêu thị giảm giá 5% cho mỗi chiếc ti vi. Sang tháng 9, siêu thị lại giảm giá thêm một lần nữa, lúc này giá của một chiếc ti vi 42 inch chỉ còn 6 840 000 đồng. Hỏi tháng 9, siêu thị đã giảm giá bao nhiêu phần trăm cho một chiếc ti vi so với tháng 8 ?

**Bài tập 17.** Một cửa hàng sách có chương trình khuyến mãi như sau: Khách hàng có thể thành viên sẽ được giảm 10% tổng số tiền của hóa đơn. Bạn Lan có thẻ thành viên và bạn mua 3 quyển sách, mỗi quyển sách có giá 120 000 đồng. Bạn đưa cho cô thu ngân 350 000 đồng. Hỏi bạn Lan được trả lại bao nhiêu tiền?

**Bài tập 18.** Bác Thu mua ba món hàng tại một siêu thị. Món hàng thứ nhất giá 125 000 đồng và được giảm giá 30%, món hàng thứ hai giá 300 000 đồng và được giảm giá 15%, món hàng thứ ba được giảm giá 40%. Tổng số tiền bác Thu phải thanh toán là 692 500 đồng. Hỏi giá tiền món hàng thứ ba lúc chưa giảm giá là bao nhiêu?

**Bài tập 19.** Nhân ngày 30/4, một cửa hàng thời trang giảm giá 20% cho tất cả các sản phẩm. Đặc biệt nếu khách hàng nào có thẻ khách hàng thân thiết của cửa hàng thì được giảm giá thêm 10% trên giá đã giảm.

- a) Chị Thanh là Khách hàng thân thiết của cửa hàng, chị đã đến cửa hàng mua một chiếc váy có giá niêm yết là 800 000 đồng. Hỏi chị Thanh phải trả bao nhiêu tiền cho chiếc váy đó.
- b) Cô Minh cũng là một khách hàng thân thiết của cửa hàng, cô đã mua một chiếc túi xách và đã phải trả số tiền là 864 000 đồng. Hỏi giá ban đầu của chiếc túi xách đó là bao nhiêu?

**Bài tập 20.** Cho hình chữ nhật có chiều dài là  $4\frac{3}{7}$  (m), chiều rộng là  $2\frac{1}{5}$  (m). Tính chu vi và diện tích của hình chữ nhật đó.

**Bài tập 21.** Một thùng đựng gạo. Lần thứ nhất, người ta lấy đi  $\frac{2}{5}$  số gạo trong thùng. Lần thứ hai, người ta tiếp tục lấy đi 25% số gạo đó. Hỏi trong thùng còn lại bao nhiêu phần gạo?

**E. Một số bài toán thực tế về khoa học**

**Bài tập 22.** Đường kính Sao Kim Bằng  $\frac{6}{25}$  đường kính của Sao Thiên Vương. Đường kính của Sao Thiên Vương bằng  $\frac{5}{14}$  đường kính Sao Mộc.

- a) Đường kính của Sao Kim Bằng bằng bao nhiêu phần đường kính của Sao Mộc?
- b) Biết rằng đường kính của Sao Mộc khoảng 140 000 km, tính đường kính của Sao Kim.

**Bài tập 23.** Trong tầng đối lưu, nhiệt độ giảm dần theo độ cao. Cứ lên cao 100 m thì nhiệt độ không khí giảm khoảng 0,6° C (Theo Sách giáo khoa Địa lí 6 - 2020 - Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam).

- a) Tính nhiệt độ không khí bên ngoài một khinh khí cầu đang bay ở độ cao 2,8 km biết rằng nhiệt độ trên mặt đất lúc đó là 28° C.
- b) Nhiệt độ bên ngoài một khinh khí cầu đang bay ở độ cao  $\frac{22}{5}$  km bằng -8,5° C. Hỏi nhiệt độ trên mặt đất tại vùng trời khinh khí cầu đang bay lúc đó là bao nhiêu độ C?

**Bài tập 24.** Tìm số hữu tỉ a, biết rằng lấy a nhân với  $\frac{1}{2}$  rồi cộng với  $\frac{3}{4}$ , sau đó chia kết quả cho  $\frac{-1}{4}$  thì được số  $-3\frac{3}{4}$ .

**Bài tập 25.** Nhiệt độ ngoài trời đo được vào một ngày mùa đông tại New York (Mĩ) lúc 5 giờ chiều là  $35,6^\circ \text{F}$ , lúc 10 giờ tối cùng ngày là  $22,64^\circ \text{F}$  (Theo <https://www.accuweather.com>). Biết công thức  $T (^\circ\text{C}) = \frac{5}{9} (T (^\circ\text{F}) - 32)$

- Hãy chuyển đổi các số đo nhiệt độ theo độ  $F$  nêu ở trên sang độ  $C$ .
- Tính độ chênh lệch nhiệt độ từ 5 giờ chiều đến 10 giờ tối (theo đơn vị độ  $C$ ).

## 1.4 Lũy thừa với số mũ tự nhiên của số hữu tỉ

### 1.4.1 Khái niệm

**Định nghĩa 1.2.** Lũy thừa là tích của nhiều thừa số giống nhau  $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  ( $n$  lần số  $a$  nhân với nhau).

**Lưu ý 1.5.** Cho  $x$  khác 0 khi đó  $x^0 = 1$ .

#### Tính chất 1.4.

- Nhân hai lũy thừa cùng cơ số:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ .
- Chia hai lũy thừa cùng cơ số (khác 0):  $a^n : a^m = a^{n-m}$ .
- Lũy thừa của lũy thừa  $(a^n)^m = a^{mn}$

#### Tính chất 1.5.

- Nhân hai lũy thừa cùng số mũ:  $a^n \cdot b^n = (ab)^n$ .
- Chia hai lũy thừa cùng số mũ  $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ .

#### Tính chất 1.6.

- Lũy thừa của một tích:  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ .
- Lũy thừa của một thương:  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ .

### 1.4.2 Bài tập

↻ TRẮC NGHIỆM ↻

**Câu 1.** Kết quả của phép nhân  $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2$  là

- A.  $\frac{1}{16}$ .                      B.  $\frac{1}{32}$ .                      C.  $-\frac{1}{16}$ .                      D.  $-\frac{1}{32}$ .

**Câu 2.** Giá trị của biểu thức  $(2,75)^2 \cdot \frac{4}{11}$  là

- A.  $\frac{4}{11}$ .                      B. 4.                      C.  $\frac{11}{4}$ .                      D.  $\frac{121}{4}$ .

**Câu 3.** Giá trị của biểu thức  $3^5 \cdot \frac{1}{27}$  là

- A. 1.                      B. 9.                      C.  $9^2$ .                      D.  $9^4$ .

**Câu 4.** Số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $2^n = 8$  là

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 5.** Số hữu tỉ  $x$  thỏa mãn  $x^3 = 42,875$  là

- A.  $\frac{7}{3}$ .                      B.  $-\frac{7}{3}$ .                      C.  $-\frac{7}{2}$ .                      D.  $\frac{7}{2}$ .

↻ BÀI TẬP ↻

#### A. Viết lũy thừa số hữu tỷ

**Bài tập 1.** Viết thành dạng lũy thừa các tích sau.

- a)  $(-2)(-2)(-2)$ ;                      b)  $(-3)(-3)(-3)(-3)$ ;                      c)  $(2a)(2a)(2a)$ ;  
 d)  $(-3x)(-3x)(-3x)(-3x)$ ;                      e)  $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$ ;                      f)  $\left(\frac{-3}{2}\right)\left(\frac{-3}{2}\right)\left(\frac{-3}{2}\right)$ ;  
 g)  $\left(\frac{7}{-8}\right)\left(\frac{7}{-8}\right)\left(\frac{7}{-8}\right)\left(\frac{7}{-8}\right)$ ;                      h)  $\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)$ ;                      i)  $\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{x}\right)$ .

**Bài tập 2.** Viết thành dạng tích các lũy thừa sau

a)  $(-3)^3$ ;

b)  $(-11)^5$ ;

c)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$ ;

d)  $-\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ;

e)  $-\left(\frac{1}{3}\right)^3$ ;

f)  $-\left(\frac{7}{8}\right)^4$ ;

g)  $-\left(-\frac{1}{5}\right)^2$ ;

h)  $-\left(-\frac{3}{4}\right)^5$ ;

i)  $-\left(-\frac{5}{6}\right)^4$ .

**Bài tập 3.** Thực hiện phép tính

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ;

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ ;

c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ ;

d)  $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ ;

e)  $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ ;

f)  $\left(\frac{5}{6}\right)^2$ ;

g)  $\left(\frac{6}{7}\right)^2$ ;

h)  $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$ ;

i)  $\left(-\frac{4}{3}\right)^2$ ;

j)  $\left(-\frac{5}{4}\right)^2$ ;

k)  $\left(-\frac{7}{8}\right)^2$ ;

l)  $\left(-\frac{8}{9}\right)^2$ ;

m)  $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$ ;

n)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ;

o)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ ;

p)  $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ .

**Bài tập 4.** Thực hiện phép tính

a)  $\left(-\frac{3}{7}\right)^2$ ;

b)  $\left(\frac{-4}{9}\right)^2$ ;

c)  $\left(\frac{-7}{6}\right)^2$ ;

d)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^2$ ;

e)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ;

f)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$ ;

g)  $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$ ;

h)  $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$ ;

i)  $\left(-\frac{5}{4}\right)^3$ ;

j)  $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$ ;

k)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$ ;

l)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ;

m)  $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$ ;

n)  $\left(-\frac{1}{5}\right)^3$ ;

o)  $\left(-\frac{1}{6}\right)^3$ ;

p)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^5$ .

**B. Nhân hai lũy thừa cùng cơ số  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ .**

**Lưu ý 1.6.** Muốn nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số, cộng số mũ lại.

**Bài tập 5.** Áp dụng công thức nhân hai lũy thừa cùng cơ số thu gọn các biểu thức sau

a)  $4^3 \cdot 16$ ;

b)  $4^6 \cdot 64$ ;

c)  $5^4 \cdot 25$ ;

d)  $5^3 \cdot 125$ ;

e)  $6^3 \cdot 36$ ;

f)  $7^{10} \cdot 49$ ;

g)  $8^3 \cdot 64$ ;

h)  $9^3 \cdot 81$ ;

i)  $10^3 \cdot 100$ ;

j)  $10^5 \cdot 1000$ ;

k)  $(-2)^3 \cdot 4$ ;

l)  $(-2)^5 \cdot 16$ .

**Bài tập 6.** Áp dụng công thức nhân hai lũy thừa cùng cơ số thu gọn các biểu thức sau

a)  $(-0,2)^4 \cdot (-0,2)^5$ ;

b)  $\left(\frac{4}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3$ ;

c)  $\left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ;

d)  $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \left(\frac{3}{2}\right)^2$ ;

e)  $\left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^2$ ;

f)  $\left(\frac{7}{8}\right)^2 \left(\frac{7}{8}\right)^3$ ;

g)  $\left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ;

h)  $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 \left(-\frac{3}{2}\right)^2$ ;

i)  $\left(\frac{-4}{5}\right)^4 \left(\frac{-4}{5}\right)^3$ ;

j)  $\left(\frac{-7}{8}\right)^2 \left(\frac{-7}{8}\right)^3$ ;

k)  $\left(-\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{2}{3}\right)^2$ ;

l)  $(-2)^5 \cdot (2)^6$ .

**Bài tập 7.** Áp dụng công thức nhân hai lũy thừa cùng cơ số thu gọn các biểu thức sau

a)  $x \cdot x$ ;

b)  $y^8 \cdot y$ ;

c)  $(-z)^7 \cdot (-z)^5$ ;

d)  $(-a)^3 \cdot (-a)^6$ ;

e)  $x^4 \cdot x^5$ ;

f)  $(-y)^3 \cdot y^4$ ;

g)  $(-x) \cdot x^2$ ;

h)  $(-t) \cdot t^5$ ;

i)  $(-x)^4 \cdot x^7$ ;

j)  $(-x)^6 \cdot x^9$ ;

k)  $(-x)^{10} \cdot x^3$ ;

l)  $(x)^{10} \cdot (-x)^3$ .

**C. Chia hai lũy thừa cùng cơ số  $a^m : a^n = a^{m-n}$ .**

**Bài tập 8.** Rút gọn và tính (nếu có thể)

- a)  $2^3 \div 2^2$ ;                      b)  $2^5 \div 2^3$ ;                      c)  $3^3 \div 3$ ;                      d)  $(-6)^7 \div (-6)^3$ ;  
 e)  $(-7)^5 \div (-7)^4$ ;              f)  $(-8)^{10} \div (-8)^8$ ;              g)  $(-9)^3 \div (-9)^2$ ;              h)  $2^{10} \div 2^{10}$ ;  
 i)  $(-7)^5 \div (-7)^5$ .              j)  $2^4 \div (-2)^3$ ;                      k)  $3^6 \div (-3)^5$ ;                      l)  $4^8 \div (-4)^5$ .

**Bài tập 9.** Rút gọn và tính (nếu có thể)

- a)  $(0,01)^3 \div (0,01)^3$ ;              b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right)^4$ ;                      c)  $\left(-\frac{3}{4}\right)^9 \div \left(-\frac{3}{4}\right)^7$ ;                      d)  $\left(\frac{1}{2}\right)^6 \div \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ;  
 e)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} \div \left(\frac{1}{2}\right)^4$ ;                      f)  $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \div \left(\frac{2}{3}\right)^5$ ;                      g)  $\left(\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(\frac{3}{4}\right)^5$ ;                      h)  $\left(\frac{4}{9}\right)^9 : \left(\frac{4}{9}\right)$ .

**Bài tập 10.** Rút gọn và tính (nếu có thể)

- a)  $x^7 \div x^5$ ;                              b)  $x^4 \div x^2$ ;                              c)  $x^9 \div x^5$ ;                              d)  $x^{10} \div x^5$ ;  
 e)  $x^6 \div x^3$ ;                              f)  $(-x)^6 \div x^3$ ;                              g)  $(-x)^4 \div x^2$ ;                              h)  $(-x)^7 \div x^2$ ;  
 i)  $x^9 \div (-x)^4$ ;                              j)  $(-x)^3 \div x^2$ ;                              k)  $(-x)^7 \div x^4$ ;                              l)  $(-x)^5 \div x^2$ ;  
 m)  $(-x)^{10} \div x^8$ ;                              n)  $x^2 \div x^5$ ;                              o)  $(-x)^7 \div x^4$ ;                              p)  $(-x)^{16} \div x^{15}$ .

**D. Thực hiện phép tính lũy thừa của lũy thừa  $(a^n)^m = a^{n.m}$ .**

**Bài tập 11.** Viết biểu thức sau về dạng lũy thừa của số và cho biết lũy thừa (số mũ) bằng bao nhiêu

- a)  $(2^2)^2$ ;                              b)  $(2^2)^3$ ;                              c)  $(3^3)^2$ ;                              d)  $(5^3)^2$ ;  
 e)  $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3$ ;                              f)  $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^3\right]^2$ ;                              g)  $\left[\left(\frac{7}{2}\right)^3\right]^3$ ;                              h)  $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^3\right]^5$ ;

**Bài tập 12.** Viết các số  $2^{27}$  và  $3^{18}$  dưới dạng các lũy thừa có số mũ là 9.

**E. Nhân, chia hai lũy thừa cùng số mũ (lũy thừa) nhưng khác cơ số.**

**Bài tập 13.** Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ

- a)  $2 \div 3$ ;                              b)  $16 \div 9$ ;                              c)  $3^2 \div 2^2$ ;                              d)  $10^8 \div 2^8$ ;  
 e)  $10^8 \div 5^8$ ;                              f)  $5^8 \div 2^8$ ;                              g)  $15^4 \div 9^4$ ;                              h)  $27^2 \div 25^3$ .

**Bài tập 14.** Rút gọn rồi tính

- a)  $4^2 \div 2^2$ ;                              b)  $(-48)^3 \div 16^3$ ;                              c)  $(-64)^2 \div (-8)^2$ ;                              d)  $75^3 \div (-25)^3$ ;  
 e)  $(-60)^2 \div (-5)^2$ ;                              f)  $169^2 \div (-13)^2$ ;                              g)  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{3}{2}\right)^2$ ;                              h)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \div \left(\frac{8}{27}\right)^3$ ;  
 i)  $\left(\frac{5}{4}\right)^4 \div \left(\frac{15}{2}\right)^4$ ;                              j)  $\left(\frac{7}{8}\right)^5 \div \left(\frac{21}{16}\right)^5$ ;                              k)  $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \div \left(\frac{25}{18}\right)^4$ ;                              l)  $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \div \left(\frac{9}{8}\right)^3$ ;  
 m)  $\left(\frac{5}{4}\right)^2 \div \left(\frac{-35}{24}\right)^2$ ;                              n)  $\left(-\frac{7}{6}\right)^5 \div \left(-\frac{14}{18}\right)^5$ ;                              o)  $\left(\frac{9}{10}\right)^6 \div \left(\frac{27}{-20}\right)^6$ ;                              p)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{2006} \div \left(\frac{1}{14}\right)^{2006}$ .

**Bài tập 15.** Thu gọn và thực hiện phép tính sau

- a)  $\frac{4^2 \cdot 4^3}{2^{10}}$ ;      b)  $\frac{2^7 \cdot 9^3}{6^5 \cdot 8^2}$ ;      c)  $\frac{5^4 \cdot 20^4}{25^5 \cdot 4^5}$ ;      d)  $\frac{9^{14}}{3^{12} \cdot 27^6}$ ;  
 e)  $\frac{9^5 \cdot 27^3}{3^{18}}$ ;      f)  $\frac{9^5 \cdot 9^7}{3^{22}}$ ;      g)  $\frac{8^3 \cdot 8^2}{2^{10}}$ ;      h)  $\frac{16^3 \cdot 8^5}{4^{12}}$ ;  
 i)  $\frac{5^4 \cdot 9^5}{15^3 \cdot 27^2}$ ;      j)  $\frac{10^5 \cdot 7^3}{14^2 \cdot 20^4}$ ;      k)  $\frac{8^3 \cdot 6^5}{2^{12} \cdot 27^2}$ ;      l)  $\frac{8^8 \cdot 3^{14}}{9^6 \cdot 20^{20}}$ .

**Bài tập 16.** Biết rằng  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$ , đó em tính nhanh được tổng  $S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$ .

**F. So sánh hai lũy thừa**

**Ví dụ 10.** So sánh các lũy thừa sau

- a)  $2^5$  và  $4^2$ .      b)  $2^3$  và  $5^3$ .

**Bài tập 17.** So sánh các lũy thừa sau

- a)  $9^{12}$  và  $27^7$ ;      b)  $27^{11}$  và  $81^8$ ;      c)  $125^{80}$  và  $25^{118}$ ;      d)  $64^8$  và  $16^{12}$ ;  
 e)  $5^{45}$  và  $25^{15}$ ;      f)  $625^5$  và  $125^7$ ;      g)  $2^{60}$  và  $3^{40}$ ;      h)  $2^{60}$  và  $4^{20}$ ;  
 i)  $5^{217}$  và  $119^{72}$ ;      j)  $5^{23}$  và  $6.5^{22}$ ;      k)  $7.2^{13}$  và  $2^{16}$ ;      l)  $10^{30}$  và  $2^{100}$ .

**G. Tìm x (giải phương trình)**

**Phương pháp giải 1.3.** • *Tìm x ở số mũ: Đưa về cơ số = cơ số  $\Rightarrow$  số mũ = số mũ.*

- *Tìm x ở số cơ số: Đưa về số mũ = số mũ*
  - Nếu số mũ chẵn thì cơ số = cơ số hay cơ số = - cơ số.
  - Nếu số mũ lẻ thì cơ số = cơ số.

**Bài tập 18.** Tìm số nguyên x, nếu biết

- a)  $2^x = 2^3$ ;      b)  $3^x = 3^4$ ;      c)  $7^x = 7^7$ ;      d)  $(-3)^x = (-3)^5$ ;  
 e)  $(-5)^x = (-5)^9$ ;      f)  $(-4)^x = (-4)^6$ ;      g)  $2^x = 4$ ;      h)  $2^x = 8$ ;  
 i)  $2^x = 16$ ;      j)  $2^x = 64$ ;      k)  $(-7)^x = 49^2$ ;      l)  $(-10)^x = 10^3$ ;  
 m)  $(-10)^x = 100^5$ ;      n)  $(-100)^x = 1000^7$ ;      o)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{32}$ ;      p)  $\frac{343}{125} = \left(\frac{7}{5}\right)^x$ .

**Bài tập 19.** Tìm số nguyên x, nếu biết

- a)  $3^{x+1} = 3^2$ ;      b)  $5^{x-1} = 5^2$ ;      c)  $6^{x+4} = 6^{10}$ ;      d)  $2^{2x+1} = 2^7$ ;  
 e)  $2^{2x-1} = 2^{11}$ ;      f)  $2^{2x-3} = 2^9$ ;      g)  $5^{2x-7} = 5^{11}$ ;      h)  $5^{2x-4} = 5^{10}$ ;  
 i)  $7^{2x-3} = 7^7$ ;      j)  $11^{2x-1} = 11^{11}$ ;      k)  $(-2)^{4x+2} = 64$ ;      l)  $(-3)^{x+3} = -27$ ;  
 m)  $(-3)^{x-5} = 27$ ;      n)  $(-2)^{3x+1} = 81$ ;      o)  $(-4)^{x+3} = 16$ ;      p)  $(-5)^{x+3} = -125$ .

**Bài tập 20.** Tìm số nguyên x, biết

- a)  $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \left(\frac{1}{125}\right)^3$ ;      b)  $\left(\frac{1}{7}\right)^x = \left(\frac{1}{343}\right)^3$ ;      c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{4}{9}\right)^4$ ;      d)  $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{9}{25}\right)^3$ ;  
 e)  $\left(\frac{6}{7}\right)^x = \left(\frac{216}{343}\right)^{111}$ ;      f)  $3^{2x+2} = 9^{10}$ ;      g)  $2^{3-2x} = 8^3$ ;      h)  $2^{5x+2} = 8^9$ ;  
 i)  $2^{6+5x} = 16^9$ ;      j)  $2^{3x+1} = 32^2$ ;      k)  $2^{7x+4} = 32^{12}$ ;      l)  $3^{3-2x} = 27^{13}$ ;  
 m)  $3^{6-3x} = 81^3$ ;      n)  $4^{-1-5x} = 16^{12}$ ;      o)  $5^{2x+1} = 125^{x+25}$ ;      p)  $6^{3x+1} = 36^{x+3}$ .

**Bài tập 21.** Tìm  $x$ , biết

a)  $\frac{x^3}{-3} = 9;$

b)  $x^5 : x^3 = \frac{1}{16};$

c)  $(x + 2)^2 = 4;$

d)  $(2x - 3)^2 = 25;$

e)  $(2x - 3)^2 = 36;$

f)  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{9};$

g)  $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{49};$

h)  $(x + 2)^3 = 64;$

i)  $(2x - 1)^3 = -8;$

j)  $(3x + 1)^3 = 27;$

k)  $\left(x + \frac{2}{3}\right)^3 = \frac{1}{8};$

l)  $\left(x + \frac{3}{2}\right)^4 = 16;$

m)  $\left(x - \frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27};$

n)  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^3 = \frac{1}{64};$

o)  $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - 1 = 8;$

p)  $(x - 3)^2 - 1 = 24.$

## 1.5 Làm quen với số thập phân vô hạn tuần hoàn

### 1.5.1 Khái niệm

#### Định nghĩa 1.3.

- Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.
- Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà ước có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn. Cách viết:  $0,111\dots = 0,(1)$ . Kí hiệu (1) chỉ rằng chữ số 1 được lặp lại vô hạn lần. Số 1 gọi là chu kì của số thập phân vô hạn tuần hoàn  $0,(1)$ .
- Mỗi số hữu tỉ được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

### 1.5.2 Bài tập

#### A. Nhận biết số thập phân hữu hạn và số thập phân vô hạn tuần hoàn.

**Bài tập 1.** Phân số  $\frac{3}{8}$  viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn không? vì sao?

**Bài tập 2.** Phân số  $\frac{1}{6}$  viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn không?

**Bài tập 3.** Giải thích tại sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

- a)  $\frac{3}{8}$ ;                      b)  $\frac{-7}{5}$ ;                      c)  $\frac{13}{20}$ ;                      d)  $\frac{-13}{125}$ .

**Bài tập 4.** Giải thích tại sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

- a)  $\frac{1}{6}$ ;                      b)  $\frac{-5}{11}$ ;                      c)  $\frac{4}{9}$ ;                      d)  $\frac{-7}{18}$ .

**Bài tập 5.** Trong các phân số sau đây, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn? Giải thích

- a)  $\frac{5}{44}$ ;                      b)  $\frac{12}{9}$ ;                      c)  $\frac{43}{125}$ ;                      d)  $\frac{-7}{8}$ ;  
 e)  $\frac{12}{75}$ ;                      f)  $\frac{91}{28}$ ;                      g)  $\frac{-39}{52}$ ;                      h)  $\frac{13}{64}$ ;  
 i)  $\frac{63}{210}$ ;                      j)  $\frac{120}{420}$ ;                      k)  $\frac{720}{210}$ ;                      l)  $\frac{123}{120}$ ;  
 m)  $\frac{-2345}{1200}$ ;                      n)  $\frac{560}{400}$ ;                      o)  $\frac{630}{360}$ ;                      p)  $\frac{234}{432}$ .

#### B. Chuyển phân số sang dạng thập phân và ngược lại.

**Bài tập 6.** Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân

- a)  $\frac{1}{4}$ ;                      b)  $\frac{3}{20}$ ;                      c)  $\frac{5}{12}$ ;                      d)  $\frac{7}{40}$ ;  
 e)  $\frac{6}{11}$ ;                      f)  $\frac{7}{14}$ ;                      g)  $\frac{13}{50}$ ;                      h)  $\frac{8}{15}$ ;  
 i)  $\frac{43}{20}$ ;                      j)  $\frac{32}{5}$ ;                      k)  $\frac{9}{2}$ ;                      l)  $\frac{72}{27}$ ;  
 m)  $\frac{18}{81}$ ;                      n)  $\frac{157}{90}$ ;                      o)  $\frac{-17}{125}$ ;                      p)  $\frac{25}{24}$ .

**Bài tập 7.** Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số

- |             |              |              |             |
|-------------|--------------|--------------|-------------|
| a) 7,12;    | b) 6,15;     | c) 8,3;      | d) 9,2;     |
| e) 4,6;     | f) 12,34;    | g) 5,3;      | h) 8,02;    |
| i) 0,0013;  | j) 2,34;     | k) 3,005;    | l) 123,123; |
| m) 0,075;   | n) 0,003;    | o) 1,00101;  | p) 2,005;   |
| q) 0,00001; | r) 0,000234; | s) 1,010101; | t) 2,02025. |

**Bài tập 8.** Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân.

- |                          |                          |                          |                           |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|
| a) $\frac{5}{9}$ ;       | b) $\frac{5}{9}$ ;       | c) $\frac{5}{9}$ ;       | d) $\frac{5}{9}$ ;        |
| e) $\frac{5}{9}$ ;       | f) $\frac{21}{99}$ ;     | g) $\frac{32}{99}$ ;     | h) $\frac{53}{99}$ ;      |
| i) $\frac{12}{990}$ ;    | j) $\frac{46}{9900}$ ;   | k) $\frac{123}{999}$ ;   | l) $\frac{456}{999}$ ;    |
| m) $\frac{1234}{9999}$ ; | n) $\frac{13}{9999}$ ;   | o) $\frac{7}{99900}$ ;   | p) $\frac{230}{99900}$ ;  |
| q) $\frac{7}{9999}$ ;    | r) $\frac{33}{999900}$ ; | s) $\frac{17}{999000}$ ; | t) $\frac{230}{999900}$ ; |

**Bài tập 9.** Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số

- |               |              |             |               |
|---------------|--------------|-------------|---------------|
| a) 0,(3);     | b) 0,(7);    | c) 0,(6);   | d) 0,0(5);    |
| e) 0,(12);    | f) 0,(41);   | g) 0,(123); | h) 0,(61);    |
| i) 0,0(23);   | j) 0,0(81);  | k) 0,(313); | l) 0,0(321);  |
| m) 0,0(789);  | n) 1,(2);    | o) 1,(34);  | p) 5,0(6);    |
| q) 8,2(7);    | r) 6,(05);   | s) 1,0(03); | t) 1,00(001); |
| u) 10,0(023); | v) 9,0(090); | w) 7,0(12); | x) 4,0(003).  |

**Bài tập 10.** Cho  $A = \frac{3}{2\Box}$ . Hãy điền vào ô vuông một số nguyên tố có một chữ số để A viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Có thể điền mấy số như vậy?

**Bài tập 11.** Dùng dấu ngoặc để chỉ rõ chu kì trong thương (viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn)

- |             |              |             |                 |
|-------------|--------------|-------------|-----------------|
| a) 8,5 : 3; | b) 18,7 : 6; | c) 58 : 11; | d) 14,2 : 3,33. |
|-------------|--------------|-------------|-----------------|

**Bài tập 12.** Các số sau đây có bằng nhau không? 0,(31); 0,3(13).

**Bài tập 13.** Tính

- |   |  |   |
|---|--|---|
| a) $0,75 - \frac{2}{3} - (-0,5)$ ;      | b) $\frac{1}{5} - 0,125 - \frac{5}{4}$ ; | c) $1,25\frac{33}{44} + \frac{4}{3}$ ;  |
| d) $0,15 - \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$ ; | e) $5 - 3,4 + \frac{1}{5}$ ;             | f) $\frac{4}{4} - 0,3 + \frac{4}{3}$ ;  |
| g) $0,2 - 3,25 + 4,7$ ;                 | h) $5,4 + (-7,3) = (-5,7)$ ;             | i) $-4,2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ; |
| j) $5,4 - 1,5 - (7,2 - 1)$ ;            | k) $4,9 - (4,5 - 7,7,43)$ ;              | l) $7,8 - 4,7 + (5,3 - 1,4)$ ;          |
| m) $-8,9 + (6,5 - 8,32)$ ;              | n) $\frac{1}{2} - 0,4 + \frac{1}{5}$ ;   | o) $4,2 - \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$ .  |

**Bài tập 14.** Với bài tập: Tính tổng  $S = (-2,3) + (+41,5) + (-0,7) + (-1,5)$ , hai bạn An và Bình đã làm như sau:

## • Bạn An làm

$$\begin{aligned} S &= (-2,3) + (+41,5) + (-0,7) + (-1,5) \\ &= [(-2,3) + (-0,7) + (-1,5)] + 41,5 \\ &= (-4,5) + 4 \\ &= 37. \end{aligned}$$

## • Bài làm của Bình

$$\begin{aligned} S &= (-2,3) + (+41,5) + (-0,7) + (-1,5) \\ &= [(-2,3) + (-0,7)] + [(+41,5) + (-1,5)] \\ &= (-3) + 40 \\ &= 37. \end{aligned}$$

- a) Hãy giải thích cách làm của mỗi bạn;  
b) Theo em nên làm cách nào?

**Bài tập 15.** Tính nhanh

- a)  $6,3 + (-3,7) + 2,4 + (-0,3)$ ;                      b)  $(-4,9) + 5,5 + 4,9 + (-5,5)$ ;  
c)  $2,9 + 3,7 + (-4,2) + (-2,9) + 4,2$ ;                      d)  $(-6,5) \cdot 2,8 + 2,8 \cdot (-3,5)$ .

**Bài tập 16.** Áp dụng tính chất các phép tính để tính nhanh

- a)  $(-2,5 \cdot 0,38 \cdot 0,4) - [0,125 \cdot 3,15 \cdot (-8)]$ ;  
b)  $[(-20,83) \cdot 0,2 + (-9,17) \cdot 0,2] : [2,47 \cdot 0,5 - (-3,53) \cdot 0,5]$ .

# Chương 2

## Số thực

### 2.1 Số vô tỉ. Căn bậc hai số học

#### 2.1.1 Khái niệm

**Định nghĩa 2.1 (Số vô tỷ).**

- Số vô tỷ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
- Tập hợp các số vô tỷ được kí hiệu là  $\mathbb{I}$ .

**Định nghĩa 2.2 (Căn bậc hai của một số).**

- Căn bậc hai của một số  $a$  không âm là số  $x$  sao cho  $x^2 = a$ .
- Số dương  $a$  có hai căn bậc hai là  $\sqrt{a}$  và  $-\sqrt{a}$ . Trong đó  $\sqrt{a}$  được gọi là căn bậc hai số học của  $a$ .
- Số 0 chỉ có một căn bậc hai là số 0, cũng viết  $\sqrt{0} = 0$ .

#### 2.1.2 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Căn bậc hai số học của số  $a$  không âm được kí hiệu là

- A.  $a$ .                      B.  $\sqrt{a}$ .                      C.  $a^2$ .                      D.  $\pm\sqrt{a}$ .

**Câu 2.** Cho căn bậc hai số học của số  $a$  không âm là số  $x$  không âm và  $x$  thoả mãn điều kiện nào sau đây?

- A.  $x^2 = a$ .                      B.  $x = a$ .                      C.  $x = a^2$ .                      D.  $x \geq 0$ .

**Câu 3.** Căn bậc hai số học của số 4 là

- A. 4.                      B. 16.                      C. 2.                      D. -2.

**Câu 4.** Cho số  $a \geq 0$ , đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A.  $(\sqrt{a})^2 = a^2$ .                      B.  $(\sqrt{a})^2 = a$ .                      C.  $(\sqrt{a})^2 = 2a$ .                      D.  $(\sqrt{a})^2 = 2\sqrt{a}$ .

**Câu 5.** Căn bậc hai số học của 0,36 là

- A. 0,6.                      B. -0,6.                      C.  $\pm 0,6$ .                      D.  $\pm 0,06$ .

#### BÀI TẬP

### A. Nhận biết và tính căn bậc hai số học của 1 số không âm.

**Bài tập 1.** Vì  $2^2 = 4$  nên  $\sqrt{4} = 2$ . Dựa vào mẫu trên các em hãy hoàn thành bài tập sau bằng cách điền vào dấu  $\dots$

- a) Vì  $5^2 = \dots$  nên  $\sqrt{\dots} = 5$ ;                      b) Vì  $7^{\dots} = 49$  nên  $\dots = 7$ ;                      c) Vì  $1^{\dots} = 1$  nên  $\sqrt{1} = \dots$ ;

- d) Vì  $3^{\dots} = 9$  nên  $\dots = 3$ ;                      e) Vì  $5^{\dots} = 25$  nên  $\dots = 5$ ;                      f) Vì  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \dots$  nên  $\dots = \dots$ ;

**Bài tập 2.** Ta có  $\sqrt{25} = 5$ ;  $-\sqrt{25} = -5$ ;  $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ . Theo mẫu trên, hãy tính

- a)  $\sqrt{6^2}$ ;                      b)  $\sqrt{36}$ ;                      c)  $\sqrt{16}$ ;                      d)  $\sqrt{49}$ ;  
 e)  $-\sqrt{16}$ ;                      f)  $\sqrt{3^2}$ ;                      g)  $\sqrt{(-3)^2}$ ;                      h)  $\sqrt{\frac{9}{25}}$ .

**B. Tính giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc hai số học của một số nguyên dương bằng máy tính cầm tay.**

**Bài tập 3. Tính**

- a)  $\sqrt{1}$ ;                      b)  $\sqrt{4}$ ;                      c)  $\sqrt{9}$ ;                      d)  $\sqrt{16}$ ;  
 e)  $\sqrt{25}$ ;                      f)  $\sqrt{36}$ ;                      g)  $\sqrt{49}$ ;                      h)  $\sqrt{64}$ ;  
 i)  $\sqrt{81}$ ;                      j)  $\sqrt{100}$ ;                      k)  $\sqrt{121}$ ;                      l)  $\sqrt{144}$ ;  
 m)  $\sqrt{169}$ ;                      n)  $\sqrt{196}$ ;                      o)  $\sqrt{225}$ ;                      p)  $\sqrt{256}$ ;  
 q)  $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ;                      r)  $\sqrt{\frac{1}{9}}$ ;                      s)  $\sqrt{\frac{1}{16}}$ ;                      t)  $\sqrt{\frac{1}{25}}$ .

**Bài tập 4. Tính**

- a)  $\sqrt{\frac{25}{9}}$ ;                      b)  $\sqrt{\frac{49}{36}}$ ;                      c)  $\sqrt{\frac{64}{81}}$ ;                      d)  $\sqrt{\frac{100}{144}}$ ;  
 e)  $\sqrt{\frac{121}{225}}$ ;                      f)  $\sqrt{\frac{81}{4}}$ ;                      g)  $\sqrt{\frac{144}{25}}$ ;                      h)  $\sqrt{\frac{169}{64}}$ ;  
 i)  $\sqrt{\frac{196}{121}}$ ;                      j)  $\sqrt{\frac{225}{196}}$ ;                      k)  $\sqrt{0,25}$ ;                      l)  $\sqrt{0,36}$ ;  
 m)  $\sqrt{0,49}$ ;                      n)  $\sqrt{0,64}$ ;                      o)  $\sqrt{0,81}$ ;                      p)  $\sqrt{1,21}$ ;  
 q)  $\sqrt{1,44}$ ;                      r)  $\sqrt{1,69}$ ;                      s)  $\sqrt{1,96}$ ;                      t)  $\sqrt{2,25}$ .

**Bài tập 5. Tính**

- a)  $\sqrt{0,0001}$ ;                      b)  $\sqrt{7^2}$ ;                      c)  $\sqrt{8^2}$ ;                      d)  $\sqrt{9^2}$ ;  
 e)  $\sqrt{10^2}$ ;                      f)  $\sqrt{11^2}$ ;                      g)  $\sqrt{(-10)^2}$ ;                      h)  $\sqrt{(-15)^2}$ ;  
 i)  $\sqrt{(-20)^2}$ ;                      j)  $\sqrt{(-25)^2}$ ;                      k)  $\sqrt{(-30)^2}$ ;                      l)  $\sqrt{\left(\frac{10}{11}\right)^2}$ ;  
 m)  $\sqrt{\left(-\frac{7}{4}\right)^2}$ ;                      n)  $\sqrt{\left(-\frac{10}{7}\right)^2}$ ;                      o)  $\sqrt{\left(-\frac{13}{10}\right)^2}$ ;                      p)  $\sqrt{\left(-\frac{16}{13}\right)^2}$ ;  
 q)  $\sqrt{\left(-\frac{19}{16}\right)^2}$ ;                      r)  $-\sqrt{(-5,5)^2}$ ;                      s)  $-\sqrt{(-6,6)^2}$ ;                      t)  $-\sqrt{(-7,7)^2}$ .

**Bài tập 6. Tính**

- a)  $\sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{25}$ ;                      b)  $\sqrt{81} - \sqrt{64} + \sqrt{49}$ ;  
 c)  $\sqrt{1} + \sqrt{9} + \sqrt{25} + \sqrt{49} + \sqrt{81}$ ;                      d)  $\sqrt{2^2} + \sqrt{4^2} + \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-8)^2}$ ;  
 e)  $\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{1}{36}} + \sqrt{\frac{1}{16}}$ ;                      f)  $\sqrt{\frac{4}{25}} + \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt{\frac{81}{100}} + \sqrt{\frac{9}{16}}$ ;  
 g)  $\sqrt{0,04} + \sqrt{0,09} + \sqrt{\frac{9}{25}}$ ;                      h)  $\sqrt{1,44} - \sqrt{1,69} + \sqrt{1,96}$ ;  
 i)  $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{0,09} + \sqrt{\frac{9}{25}}$ ;                      j)  $\sqrt{\left(\frac{-2}{5}\right)^2} + \sqrt{1,44} - \sqrt{\frac{25}{4}}$ .

## 2.2 Tập số thực

### 2.2.1 Khái niệm

**Định nghĩa 2.3 (Tập số thực).**

- Số hữu tỉ và số vô tỉ gọi chung là số thực.
- Tập hợp các số thực kí hiệu là  $\mathbb{R}$ .
- Trục số còn được gọi là trục số thực.
- Giá trị tuyệt đối của một số thực  $x$  là khoảng cách từ điểm  $x$  đến điểm 0 trên trục số. Giá trị tuyệt đối của một số thực  $x$  được kí hiệu là  $|x|$ .

**Lưu ý 2.1.** Trong tập hợp các số thực cũng có các phép toán với các tính chất tương tự như các phép toán trong tập hợp các số hữu tỉ.

### 2.2.2 Bài tập

**⊕ TRẮC NGHIỆM ⊕**

**Câu 1.** Giá trị tuyệt đối của số thực  $x$ , kí hiệu là?

- A.  $\sqrt{x}$ .                      B.  $|x|$ .                      C.  $-|x|$ .                      D.  $x^2$ .

**Câu 2.** Biểu thức  $M = \sqrt{|-9|}$ , giá trị của biểu thức  $M$  bằng?

- A. 9.                      B. 81.                      C. 3.                      D. -3.

**Câu 3.** Cho hai số thực  $a = -1,25$  và  $b = -2,3$ . So sánh  $|a|$  và  $|b|$ .

- A.  $|a| = |b|$ .                      B.  $|a| > |b|$ .                      C.  $|a| < |b|$ .                      D.  $|a| = -|b|$ .

**Câu 4.** Tìm  $|x|$  biết  $x = \frac{4}{7}$ .

- A.  $|x| = \frac{4}{7}$ .                      B.  $|x| = \frac{-4}{7}$ .                      C.  $|x| = \frac{\pm 4}{7}$ .                      D.  $|x| = \pm \frac{7}{4}$ .

**Câu 5.** Giá trị tuyệt đối của số thực  $x$

- A. Chính bằng số thực  $x$ .  
 B. Là số đối của  $x$ .  
 C. Là khoảng cách từ điểm  $x$  đến điểm gốc 0 trên trục số.  
 D. Là số dương.

**⊕ BÀI TẬP ⊕**

#### A. Nhận biết số thực, số đối và giá trị tuyệt đối của số thực.

**Bài tập 1.** Điền các dấu ( $\in, \notin, \subset$ ) thích hợp vào ô vuông

- a)  $3 \square \mathbb{Q}$ ;                      b)  $3 \square \mathbb{R}$ ;                      c)  $3 \square \mathbb{I}$ ;                      d)  $-2,53 \square \mathbb{Q}$ ;  
 e)  $0,2(35) \square \mathbb{I}$ ;                      f)  $\mathbb{N} \square \mathbb{Z}$ ;                      g)  $\mathbb{Q} \square \mathbb{R}$ ;                      h)  $\mathbb{I} \square \mathbb{R}$ .

**Bài tập 2.** Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau

- a) Nếu  $a$  là số thực thì  $a$  là số ... hoặc số ...  
 b) Nếu  $b$  là số vô tỉ thì  $b$  không viết được dưới dạng ...

**Bài tập 3.** Trong các câu sau đây, câu nào đúng, câu nào sai?

- a) Nếu  $a$  là số nguyên thì  $a$  cũng là số thực.  
 b) Chỉ có số 0 không là số hữu tỉ dương và cũng không là số hữu tỉ âm.  
 c) Nếu  $a$  là số tự nhiên thì  $a$  không phải là số vô tỉ.

**Bài tập 4.** Hãy tìm các tập hợp

a)  $Q \cap \mathbb{I}$ ;

b)  $\mathbb{R} \cap \mathbb{I}$ .

**Bài tập 5.** Điền chữ số thích hợp vào ô vuông

a)  $-3,02 < -3, \square 1$ ;

b)  $7,5 \square 8 < 7,513$ ;

c)  $-0,4 \square 854 < -0,49826$ ;

d)  $-1, \square 0765 < -1,892$ .

**Bài tập 6.** Sắp xếp các số thực  $-3,2$ ;  $1$ ;  $-\frac{1}{2}$ ;  $7,4$ ;  $0$ ;  $-1,5$ .

a) Theo thứ tự từ nhỏ đến lớn;

b) Theo thứ tự từ nhỏ đến lớn của các giá trị tuyệt đối của chúng.

**B. Tìm  $x$  (giải phương trình)****Bài tập 7.** Tìm  $x$ , biết

a)  $3,2x + (-1,2)x + 2,7 = -4,9$ ;

b)  $(-5,6)x + 2,9x - 3,86 = 9,8$ ;

c)  $3,2x - (-1,2)x + 2,7 = -4,9$ ;

d)  $(-1,6)x + 3,9x - 7,86 = 2,8$ .

**C. Tính nhanh, tính hợp lý****Bài tập 8.** Tính nhanh

a)  $(-6,37,0,4).2,5$ ;

b)  $(-0,125).(-5,3).8$ ;

c)  $(-2,5).(-4).(-7,9)$ ;

d)  $(-0,375) \cdot 4\frac{1}{3} \cdot (-2)^3$ .

**Bài tập 9.** Thực hiện các phép tính (bằng cách tính hợp lý nếu có thể)

a)  $\left(\frac{9}{25} - 2,18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right)$ ;

b)  $\frac{5}{18} - 1,456 : \frac{7}{25} + 4,5 \cdot \frac{4}{5}$ ;

c)  $1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21}$ ;

d)  $\frac{3}{7} \cdot 19\frac{1}{3} - \frac{3}{7} \cdot 33\frac{1}{3}$ ;

e)  $9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{3}$ ;

f)  $15\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) - 25\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right)$ .

**Bài tập 10.** Tính giá trị của các biểu thức

a)  $A = -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 1\frac{8}{9} \cdot 1,25 + 1\frac{16}{63}\right)$ ;

b)  $B = \left(3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{62}{75} - \frac{4}{25}\right)$ ;

c)  $C = \left(-0,5 - \frac{3}{5}\right) : (-3) + \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right) : (-2)$ ;

d)  $D = \left(\frac{2}{25} - 1,008\right) : \frac{4}{7} : \left[\left(3\frac{1}{4} - 6\frac{5}{9}\right) \cdot 2\frac{2}{17}\right]$ .

**Bài tập 11.** Mẹ bạn Minh gửi tiết kiệm 2 triệu đồng theo hình thức "có kì hạn 6 tháng". Hết thời hạn 6 tháng, mẹ bạn Minh được lĩnh cả vốn lẫn lãi là 2 062 400 đồng. Tính lãi suất hàng tháng của thể thức gửi tiết kiệm này.

## 2.3 Làm tròn số

### 2.3.1 Quy tắc

**Quy tắc 2.1.** Khi làm tròn 1 số thập phân đến hàng nào đó gọi là hàng quy tròn. Muốn làm tròn số thập phân đến 1 hàng quy tròn nào đó, ta thực hiện các bước sau:

- Gạch dưới chữ số thập phân của hàng quy tròn.
- Nhìn sang chữ số ngay bên phải:
  - Nếu chữ số đó lớn hơn hoặc bằng 5 thì tăng chữ số gạch dưới lên một đơn vị rồi thay tất cả chữ số bên phải bằng số 0 hoặc bỏ đi nếu chúng ở phần thập phân.
  - Nếu chữ số đó nhỏ hơn 5 thì giữ nguyên chữ số gạch dưới và thay tất cả các chữ số bên phải bằng số 0 hoặc bỏ đi nếu chúng ở phần thập phân.

### 2.3.2 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Áp dụng quy ước làm tròn số để ước lượng kết quả phép tính với độ chính xác  $d = 50(286 + 142) : 234$ .

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 2.** Một số tự nhiên sau khi làm tròn với độ chính xác  $d = 5$  thì cho kết quả 60. Thương của số lớn nhất và số nhỏ nhất sau khi làm tròn là bao nhiêu?

- A. 1,1(62).                                B. 1,1(61).                                C. 1,1(63).                                D. 1,1(60).

**Câu 3.** Cho  $0,(27) : 1,(3) = x : 0,(2)$ , tìm  $x$  biết độ chính xác  $d = 0,00005$ .

- A.  $x = 0,045455$ .                        B.  $x = 0,04545$ .                        C.  $x = 0,0454$ .                        D.  $x = 0,0455$ .

**Câu 4.** Tính  $3,(5) - 4\frac{1}{3} + 5,(4)$  ta được kết quả với độ chính xác  $d = 0,0005$  là

- A. 4,667.                                    B. 4,666.                                    C. 4,6667.                                    D. 4,67.

**Câu 5.** Tính  $4,(5) - 5\frac{4}{5} + 6,(4)$  ta được kết quả với độ chính xác  $d = 0,005$  là

- A. 3,655.                                    B. 3,65.                                      C. 3,66.                                      D. 3,656.

#### BÀI TẬP

**Bài tập 1.** Làm tròn các số sau đến chữ số hàng chục

- |             |              |              |             |
|-------------|--------------|--------------|-------------|
| a) 2683;    | b) 12345;    | c) 4378;     | d) 14350;   |
| e) 1234567; | f) 454995;   | g) 99999;    | h) 987698;  |
| i) 3400065; | j) 1000578;  | k) 987654;   | l) 260283;  |
| m) 23456,7; | n) 12345678; | o) 8765,432; | p) 9999,99. |

**Bài tập 2.** Làm tròn các số sau đến chữ số hàng trăm

- |             |              |              |             |
|-------------|--------------|--------------|-------------|
| a) 2683;    | b) 12345;    | c) 4378;     | d) 14350;   |
| e) 1234567; | f) 454995;   | g) 99999;    | h) 987698;  |
| i) 3400065; | j) 1000587;  | k) 987654;   | l) 260283;  |
| m) 23456,7; | n) 12345678; | o) 8765,432; | p) 9999,99. |

**Bài tập 3.** Làm tròn các số sau đến chữ số hàng nghìn

- |             |               |              |             |
|-------------|---------------|--------------|-------------|
| a) 22999;   | b) 9999;      | c) 12099;    | d) 454995;  |
| e) 14350;   | f) 99999;     | g) 987698;   | h) 3400065; |
| i) 1000587; | j) 987654;    | k) 260283;   | l) 23456,7; |
| m) 1234567; | n) 12345,678; | o) 8765,432; | p) 9999,99. |

**Bài tập 4.** Làm tròn các số sau đến hàng phần mười

- |              |              |              |             |
|--------------|--------------|--------------|-------------|
| a) 10,00905; | b) 60,991;   | c) 999,994;  | d) 10,0456; |
| e) 23,0009;  | f) 99,999;   | g) 90,0909;  | h) 9876,1;  |
| i) 1234,56;  | j) 98765,43; | k) 75654,45; | l) 2649,79. |

**Bài tập 5.** Làm tròn các số sau đến hàng phần trăm

- |            |             |             |             |
|------------|-------------|-------------|-------------|
| a) 3,0468; | b) 12,3457; | c) 0,31069; | d) 12,516;  |
| e) 0,999;  | f) 7,923;   | g) 17,418;  | h) 79,1364; |
| i) 50,401; | j) 0,155;   | k) 60,996;  | l) 12,349;  |
| m) 2,9999; | n) 123,456; | o) 342,349; | p) 98,7654. |

**Bài tập 6.** Làm tròn các số sau đến hàng phần nghìn

- |              |                |              |              |
|--------------|----------------|--------------|--------------|
| a) 0,999;    | b) 0,034567;   | c) 19,99049; | d) 123,9925; |
| e) 111,0024; | f) 0,(6);      | g) 0,(4);    | h) 0,(5);    |
| i) 0,(67);   | j) 0,(45);     | k) 12,(06);  | l) 0,(456);  |
| m) 0,9(546); | n) 123,(4567); | o) 765,4321; | p) 9,9999.   |

**Bài tập 7.** Dùng máy tính tính các căn bậc hai sau và làm tròn các số sau đến hàng phần nghìn

- |                  |                   |                   |                  |
|------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| a) $\sqrt{3}$ ;  | b) $\sqrt{5}$ ;   | c) $\sqrt{7}$ ;   | d) $\sqrt{8}$ ;  |
| e) $\sqrt{10}$ ; | f) $\sqrt{11}$ ;  | g) $\sqrt{12}$ ;  | h) $\sqrt{13}$ ; |
| i) $\sqrt{14}$ ; | j) $\sqrt{15}$ ;  | k) $\sqrt{50}$ ;  | l) $\sqrt{90}$ ; |
| m) $\sqrt{99}$ ; | n) $\sqrt{200}$ ; | o) $\sqrt{990}$ . |                  |

**Bài tập 8.** Làm tròn các số sau đến hàng phần nghìn:

- |              |               |               |               |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| a) 6,(21);   | b) 17,(32);   | c) 29,(76);   | d) 15,(49);   |
| e) 132,(55); | f) 358,(132); | g) 340,(256); | h) 779,(359). |

**Bài tập 9.** Cho  $x = \sqrt{27} = 5,19615\dots$  Hãy làm tròn  $x$  đến hàng phần trăm.

**Bài tập 10.** Cho  $y = \sqrt{85} = 9,21954\dots$  Hãy làm tròn  $y$  đến hàng phần trăm.

**Bài tập 11.** Dân số của Việt Nam tính đến ngày 09/05/2022 là 98 839 852 người (nguồn: *danso.org*). Hãy làm tròn số này đến hàng triệu.

**Bài tập 12.** Lượng khách quốc tế đến Việt Nam 2 tháng đầu năm 2022 phân theo vùng lãnh thổ. Tổng số khách quốc tế là 49244 lượt người (nguồn: <https://baochinhphu.vn/thang-2-2022>). Hãy làm tròn số này đến hàng chục.

**Bài tập 13.** Tính đến hết ngày 08/05/2022 thì tổng số người nhiễm Covid-19 tại Việt Nam là 10 676 184 người. (Nguồn: <https://covid19.gov.vn/>). Hãy làm tròn số đến hàng chục.

**Bài tập 14.** Tính đến hết ngày 08/05/2022 thì tổng số người khỏi nhiễm Covid-19 tại Việt Nam là 9 320 591 người. (Nguồn: <https://covid19.gov.vn/>). Hãy làm tròn số đến hàng chục.

**Bài tập 15.** Cho biết 1 inch  $\approx$  2,54 cm. Tính độ dài đường chéo bằng đơn vị cm một màn hình 49 inch và làm tròn đến hàng phần mười.

**Bài tập 16.** Hết học kì I, điểm Toán của bạn Cường như sau:

Hệ số 1: 7; 8; 6; 10.

Hệ số 2: 7; 6; 5; 9.

Hệ số 3: 8.

Em hãy tính điểm trung bình môn Toán học kì I của bạn Cường (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Bài tập 17.** Kết quả cuộc Tổng điều tra dân số ở nước ta tính đến 0 giờ ngày 1/4/1999 cho biết: Dân số nước ta là 76 324 753 người trong đó có 3 695 cụ từ 100 tuổi trở lên. Em hãy làm tròn các số 76 324 753 và 3 695 đến hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn.

**Bài tập 18.** Ta có thể áp dụng quy ước làm tròn số để ước lượng kết quả các phép tính. Nhờ đó có thể dễ dàng phát hiện ra những đáp số không hợp lí. Việc ước lượng này lại càng cần thiết khi sử dụng máy tính bỏ túi trong trường hợp xuất hiện những kết quả sai do ta bấm nút. Chẳng hạn, để ước lượng kết quả của phép nhân  $6439 \cdot 384$ , ta làm như sau:

- Làm tròn số đến chữ số ở hàng cao nhất của mỗi thừa số:  $6439 \approx 6000$ ;  $384 \approx 400$ .
- Nhân hai số đã được làm tròn:  $6000 \cdot 400 = 2\,400\,000$ .

Như vậy, tích phải tìm sẽ là một số xấp xỉ 2 triệu.

Ở đây, tích đúng là:  $6439 \cdot 384 = 2\,472\,576$ .

Theo cách trên, hãy ước lượng kết quả các phép tính sau:

a)  $495 \cdot 52$ ;

b)  $82,36 \cdot 5,1$ ;

c)  $6730 : 48$ .

**Bài tập 19.** Khi nói đến tivi loại 21 inch, ta hiểu rằng đường chéo màn hình của chiếc tivi này dài 21 inch (inch là đơn vị đo chiều dài theo hệ thống Anh, Mĩ,  $1 \text{ inch} \approx 2,54 \text{ cm}$ ). Vậy đường chéo màn hình của chiếc tivi này dài khoảng bao nhiêu cm?

**Bài tập 20.** Tính chu vi và diện tích của một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là 10,234 m và chiều rộng là 4,7 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Bài tập 21.** Pao (pound) kí hiệu “*lb*” còn gọi là cân Anh, là đơn vị đo khối lượng của Anh,  $1 \text{ lb} \approx 0,45 \text{ kg}$ . Hỏi 1kg gần bằng bao nhiêu pao (làm tròn đến số thập phân thứ hai).

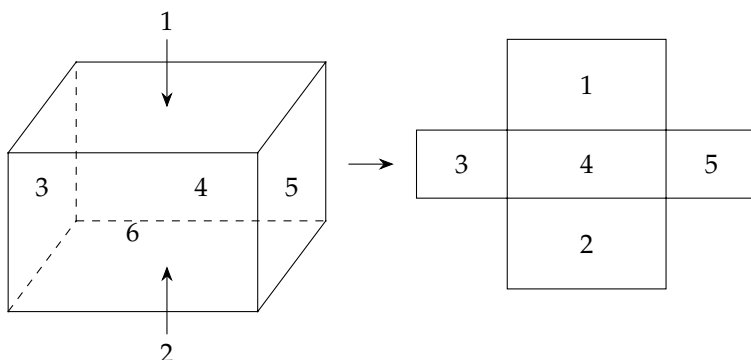
# Chương 3

## Một số hình khối trong thực tiễn

### 3.1 Hình hộp chữ nhật và hình lập phương

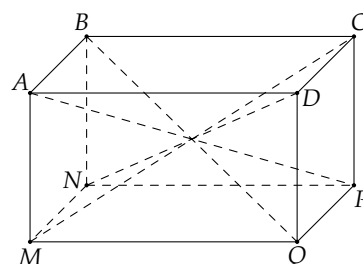
#### 3.1.1 Khái niệm

**Định nghĩa 3.1.** Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là hình chữ nhật. Hai mặt đáy (mặt 1 và mặt 2) và bốn mặt bên (mặt 3, mặt 4, mặt 5, mặt 6).

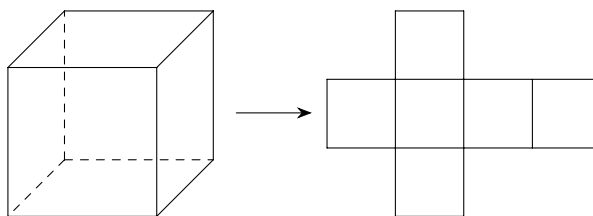


Hình hộp chữ nhật  $ABCD.MNPQ$  trong hình 2 có:

- Tám đỉnh:  $A, B, C, D, M, N, P, Q$ .
- Mười hai cạnh:  $AB, BC, CD, AD, MN, NP, PQ, MQ, AM, BN, CP, DQ$ .
- Ba góc vuông ở mỗi đỉnh. Chẳng hạn, 3 góc vuông ở đỉnh  $A$ : góc  $BAD$ , góc  $BAM$ , góc  $DAM$ .
- Bốn đường chéo:  $AP, BQ, CM, DN$ .

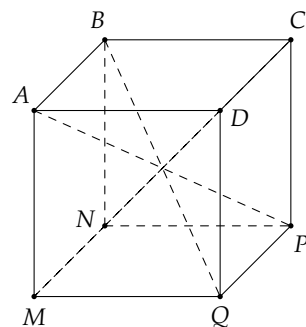


**Định nghĩa 3.2.** Hình lập phương là hình có 6 mặt là hình vuông.



Hình lập phương  $ABCD.MNPQ$  trong hình 4 có:

- Tám đỉnh:  $A, B, C, D, M, N, P, Q$ .
- Mười hai cạnh:  $AB, BC, CD, AD, MN, NP, PQ, MQ, AM, BN, CP, DQ$ .
- Ba góc vuông ở mỗi đỉnh. Chẳng hạn, 3 góc vuông ở đỉnh  $A$ : góc  $BAD$ , góc  $BAM$ , góc  $DAM$ .
- Bốn đường chéo:  $AP, BQ, CM, DN$ .



3.1.2 Bài tập

TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu mặt?

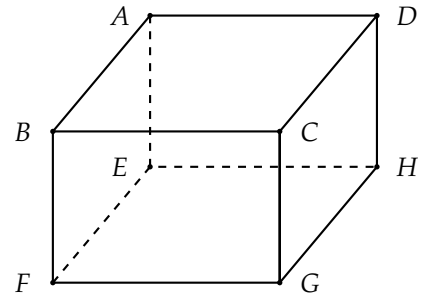
- A. 5.                                      B. 6.                                      C. 7.                                      D. 8.

Câu 2. Hình lập phương có bao nhiêu đường chéo?

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 5.

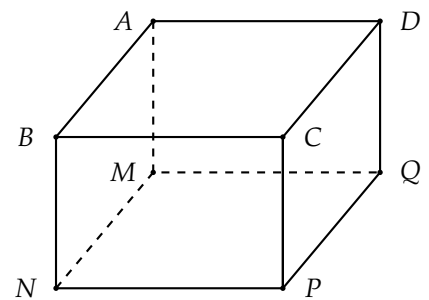
Câu 3. Quan sát hình hộp chữ nhật  $ABCD.EFGH$  bên. Các góc ở đỉnh  $B$  của hình hộp chữ nhật là:

- A.  $\widehat{ABC}$ .                                      B.  $\widehat{ABF}$ .  
 C.  $\widehat{ABC}; \widehat{FAB}; \widehat{CBF}$ .                                      D.  $\widehat{ABC}; \widehat{ABF}; \widehat{CBF}$ .



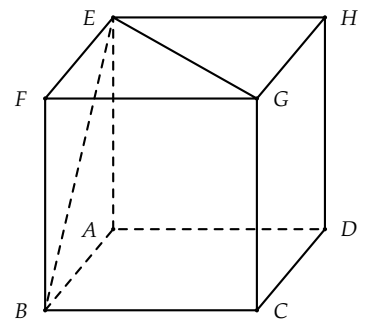
Câu 4. Quan sát hình hộp chữ nhật  $ABCD.MNPQ$  bên. Những cạnh có độ dài bằng cạnh  $AB$  là

- A.  $BC, CD, DA$ .                                      B.  $MN, DC, PQ$ .  
 C.  $AM, BN, CP, DQ$ .                                      D.  $MQ, PQ$ .



Câu 5. Quan sát hình lập phương dưới đây và cho biết nhóm đoạn thẳng nào chỉ gồm các cạnh của hình lập phương  $ABCD.EFGH$ ?

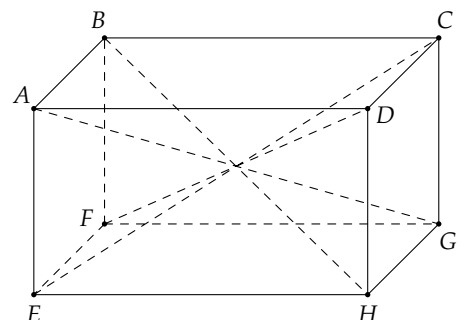
- A.  $AB; BE; EH$ .    B.  $AB; BC; CG$ .    C.  $AB; BD; DH$ .    D.  $HE; EG; GC$ .



BÀI TẬP

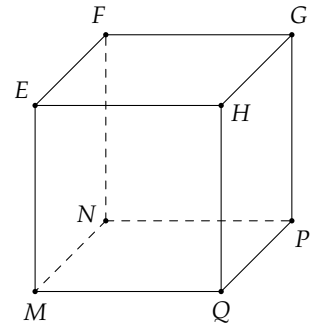
Bài tập 1. Quan sát hình hộp chữ nhật  $ABCD.EFGH$

- Nêu các cạnh và đường chéo.
- Nêu các góc ở đỉnh  $B$  và đỉnh  $C$ .
- Kể tên những cạnh bằng nhau.

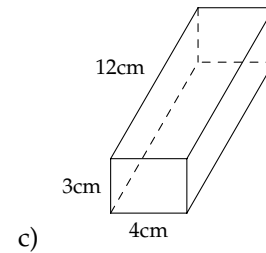
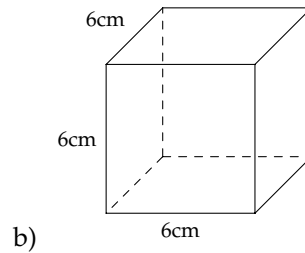
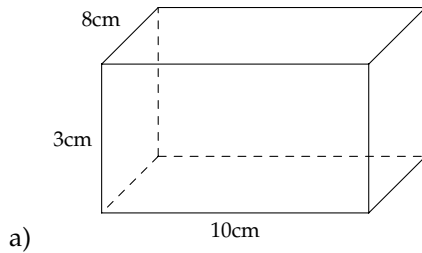


**Bài tập 2.** Quan sát hình lập phương  $EFGH.MNPQ$

- Biết  $MN = 3\text{cm}$ . Độ dài cạnh  $EF, NF$  bằng bao nhiêu?
- Nêu tên các đường chéo của hình lập phương.



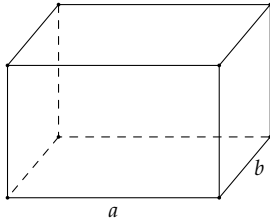
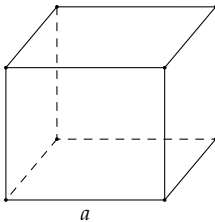
**Bài tập 3.** Trong các hình dưới đây, hình nào là hình hộp chữ nhật, hình nào là hình lập phương?



### 3.2 Diện tích xung quanh và thể tích hình hộp chữ nhật

#### 3.2.1 Công thức tính

Công thức 3.1. Ta kí hiệu  $S_{xq}$  là diện tích xung quanh và  $V$  là thể tích

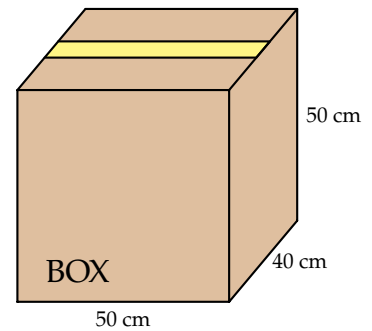
Hình hộp chữ nhật	Hình lập phương
 <p> <math>S_{xq} = 2 \cdot (a + b) \cdot h</math>  <math>V = a \cdot b \cdot h = S \cdot h</math>                      (Trong đó <math>S</math> là diện tích đáy)                 </p>	 <p> <math>S_{xq} = 4 \cdot a^2</math>  <math>V = a^3</math> </p>

#### 3.2.2 Bài tập

⦿ TRẮC NGHIỆM ⦿

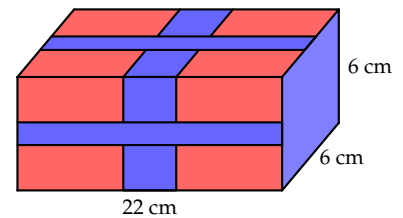
**Câu 1.** Một thùng carton có kích thước dài 50 cm, rộng 40 cm và cao 50 cm. Tính thể tích của thùng carton đó.

- A.  $1 \text{ m}^3$ .      B.  $0,1 \text{ m}^3$ .      C.  $0,01 \text{ m}^3$ .      D.  $10 \text{ m}^3$ .



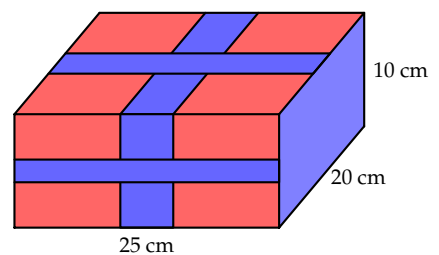
**Câu 2.** Một hộp bút được thiết kế theo dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ dưới đây. Lớp vải ở thân hộp màu đỏ với chiều dài 22 cm, đáy là hình vuông có cạnh 6 cm được may bằng vải màu xanh. Tính thể tích của hộp bút này.

- A.  $792 \text{ cm}^3$ .      B.  $729 \text{ cm}^3$ .      C.  $528 \text{ cm}^3$ .      D.  $600 \text{ cm}^3$ .



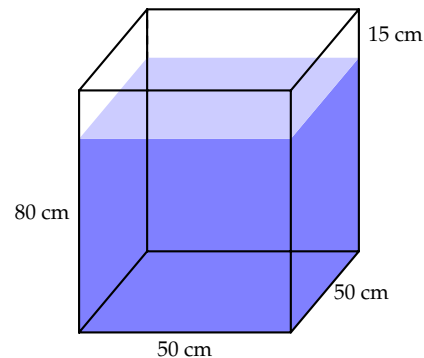
**Câu 3.** Bạn An làm một chiếc hộp để đựng quà sinh nhật bằng bìa cứng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 25 cm, chiều rộng 20 cm, chiều cao 10 cm. Tính diện tích bìa cứng dùng để làm hộp (bỏ qua diện tích các mép dán).

- A.  $1900 \text{ cm}^2$ .      B.  $1800 \text{ cm}^2$ .      C.  $1700 \text{ cm}^2$ .      D.  $900 \text{ cm}^2$ .



**Câu 4.** Một bể cá cảnh có đáy là hình vuông cạnh 50 cm, chiều cao 80 cm. Lúc đầu bể không có nước, người ta đổ nước vào bể cho tới khi mặt nước cách miệng bể 15 cm. Tính thể tích nước đã đổ vào bể.

- A. 162,5 lít.      B. 200 lít.      C. 37,5 lít.      D. 160 lít.

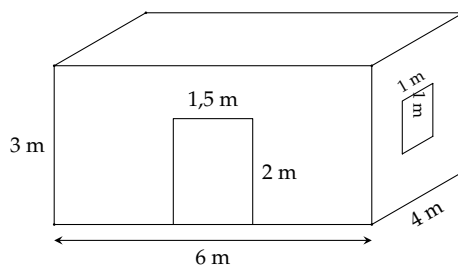


**Câu 5.** Một bể bơi hình hộp chữ nhật có chiều dài 20 m, chiều rộng 15 m, chiều cao 1,5 m. Tính diện tích gạch lát trong lòng hồ (bao gồm đáy và các thành bể).

- A. 705 m<sup>2</sup>.      B. 450 m<sup>2</sup>.      C. 105 m<sup>2</sup>.      D. 405 m<sup>2</sup>.

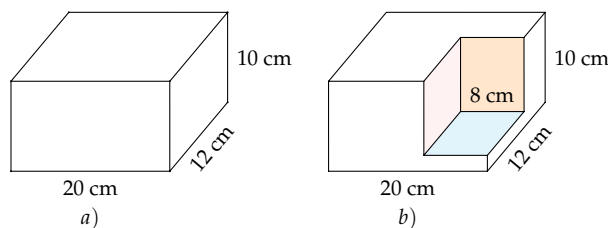
❖ BÀI TẬP ❖

**Bài tập 1.** Căn phòng của anh Nam có một cửa lớn hình chữ nhật và một cửa sổ hình vuông với kích thước như Hình 1. Anh Nam cần tốn bao nhiêu tiền để sơn bốn bức tường xung quanh của căn phòng này (không sơn cửa)? Biết rằng để sơn mỗi mét vuông phải tốn 30 nghìn đồng.



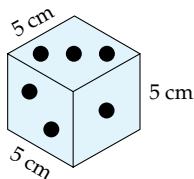
Hình 1

**Bài tập 2.** Một khối gỗ dạng hình hộp chữ nhật có kích thước như hình 2a. Người ta cắt đi một phần khối gỗ có dạng hình lập phương cạnh 8 cm. Tính thể tích phần còn lại của khối gỗ (Hình 2b).

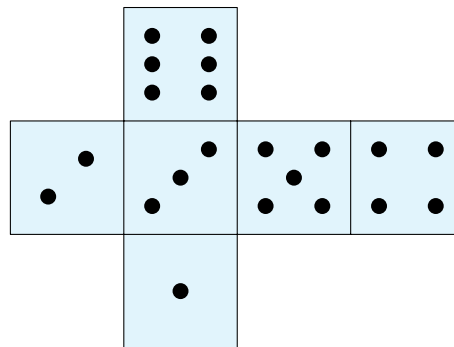


Hình 2

**Bài tập 3.** Hùng làm một con xúc xắc hình lập phương có kích thước như Hình a từ tám bìa có dạng như Hình b. Em hãy tính diện tích tám bìa và thể tích con xúc xắc.

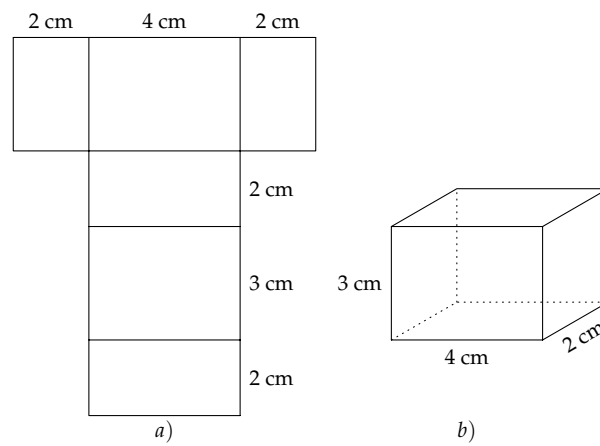


a)



b)

**Bài tập 4.** Hãy vẽ và gấp tám bìa như Hình a thành một hình hộp chữ nhật như Hình b. Tính tổng diện tích các mặt và thể tích khối hộp.



**Bài tập 5.** Một chiếc bánh kem có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 30 cm, chiều rộng 20 cm và chiều cao 15 cm. Người ta cắt đi một miếng bánh có dạng hình lập phương cạnh 5 cm. Tính thể tích phần còn lại của chiếc bánh kem.

### 3.3 Hình lăng trụ đứng tam giác. Lăng trụ đứng tứ giác

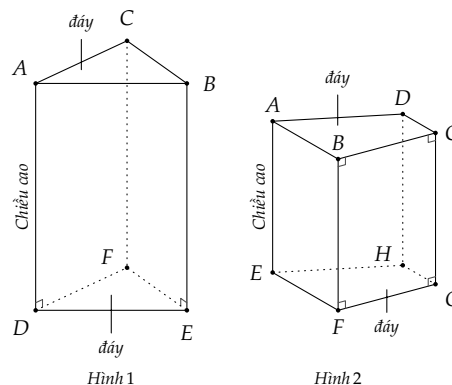
#### 3.3.1 Khái niệm

**Định nghĩa 3.3.** Hình  $ABC.DEF$  (Hình 1) là hình lăng trụ đứng.

Trong hình này

- $A, B, C, D, E, F$  gọi là các đỉnh.
- Ba mặt bên  $ACFD, BCFE, ABED$  là các hình chữ nhật.
- Các đoạn thẳng  $AB, BE, CF$  bằng nhau và song song với nhau, chúng được gọi là các cạnh bên.
- Mặt  $ABC$  và  $DEF$  song song với nhau và được gọi là hai mặt đáy (gọi tắt là đáy).
- Độ dài cạnh  $AD$  được gọi là chiều cao của hình lăng trụ.

Hình lăng trụ đứng trên có hai mặt đáy là hình tam giác nên được gọi là hình lăng trụ tam giác.



Hình  $ABCD.EFGH$  (Hình 2) có hai mặt đáy là hình tứ giác và các mặt bên là hình chữ nhật nên được gọi là hình lăng trụ tứ giác.

#### 3.3.2 Bài tập

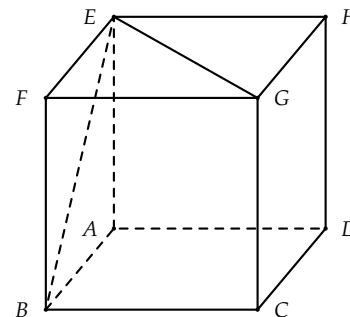
**TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Lăng trụ đứng, có đáy là hình chữ nhật có:

- A. 8 mặt, 8 đỉnh, 12 cạnh.
- B. 6 mặt, 8 đỉnh, 12 cạnh.
- C. 8 mặt, 6 đỉnh, 12 cạnh.
- D. 8 mặt, 8 đỉnh, 8 cạnh.

**Câu 2.** Quan sát hình lập phương dưới đây và cho biết nhóm đoạn thẳng nào chỉ gồm các cạnh của hình lập phương  $ABCD.EFGH$ ?

- A.  $AB; BE; EH.$
- B.  $AB; BC; CG.$
- C.  $AB; BD; DH.$
- D.  $HE; EG; GC.$

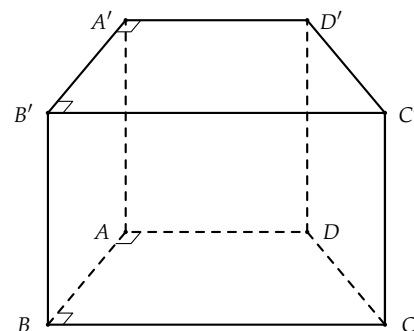


**Câu 3.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $MNP.M'N'P'$ . Các cặp mặt phẳng cho dưới đây cặp nào song song

- A. Mặt phẳng  $(MNN'M')$   $\parallel$  mặt phẳng  $(NPP'N')$ .
- B. Mặt phẳng  $(MNP) \parallel$  mặt phẳng  $(MPP'M')$ .
- C. Mặt phẳng  $(MNP) \parallel$  mặt phẳng  $(M'P'N')$ .
- D. Mặt phẳng  $(MNN'M') \parallel$  mặt phẳng  $(MPP'M')$ .

**Câu 4.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông ( $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$ ). Có bao nhiêu cạnh song song với mặt phẳng  $(CDD'C')$ ?

- A. 4.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.



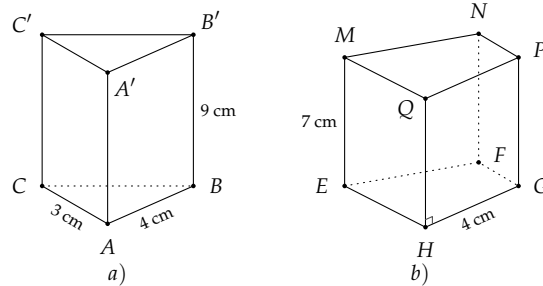
**Câu 5.** Mỗi mặt bên của hình lăng trụ đứng là

- A. Tam giác.
- B. Hình thang cân.
- C. Hình bình hành.
- D. Hình chữ nhật.

❖ BÀI TẬP ❖

**Bài tập 1.** Quan sát hai hình lăng trụ đứng trong Hình 6. Tìm độ dài các cạnh

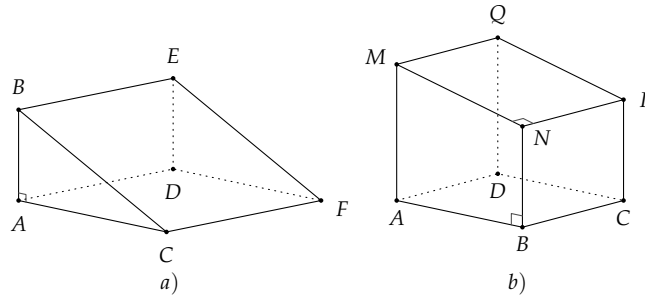
- a)  $AA'$ ;  $CC'$ ;  $A'B'$ ;  $A'C'$  (Hình 6a).
- b)  $QH$ ;  $PG$ ;  $NF$ ;  $PQ$  (Hình 6b).



Hình 6

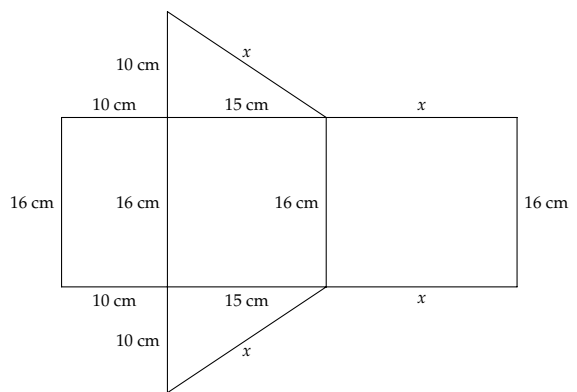
**Bài tập 2.** Quan sát hai hình lăng trụ đứng trong Hình 7.

- a) Chỉ ra mặt đáy và mặt bên của mỗi hình lăng trụ.
- b) Ở Hình 7a, cạnh  $BE$  bằng các cạnh nào? Ở Hình 7b, cạnh  $MQ$  bằng các cạnh nào?



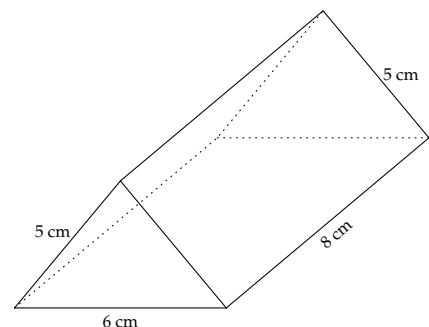
Hình 7

**Bài tập 3.** Tấm bìa ở Hình 8 có thể tạo lập một lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông. Hãy cho biết độ dài hai cạnh góc vuông của đáy và chiều cao của lăng trụ.



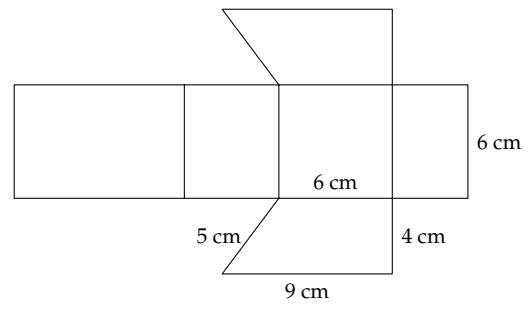
Hình 8

**Bài tập 4.** Tạo lập hình lăng trụ đứng tam giác với kích thước như Hình 9.



Hình 9

**Bài tập 5.** Từ tấm bìa Hình 10 có thể tạo lập hình lăng trụ đứng có đáy là hình thang. Hãy cho biết chiều cao của lăng trụ đó.



Hình 10

### 3.4 Diện tích xung quanh và thể tích: Lăng trụ đứng tam giác. Lăng trụ đứng tứ giác

#### 3.4.1 Công thức tính

**Định lý 3.1.**

- Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng bằng chu vi đáy nhân với đường cao.

$$S_{xq} = C_{\text{đáy}} \cdot h.$$

( $C_{\text{đáy}}$  là chu vi đáy,  $h$  là chiều cao).

- Diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

**Định lý 3.2.** Thể tích khối lăng trụ đứng

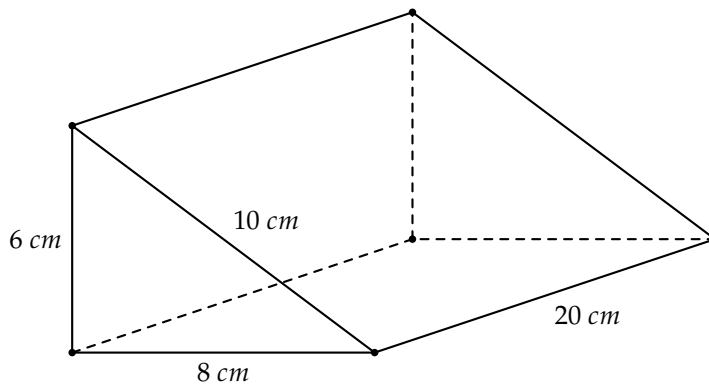
$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h.$$

Trong đó  $S_{\text{đáy}}$  là diện tích đáy và  $h$  là chiều cao của lăng trụ.

#### 3.4.2 Bài tập

↻ TRẮC NGHIỆM ↻

Xem hình 1 và trả lời các câu 1, 2, 3, 4



Hình 1. Tấm lịch để bàn

**Câu 1.** Diện tích xung quanh của tấm lịch này là

- A. 360 cm<sup>2</sup>.                      B. 480 cm<sup>2</sup>.                      C. 400 cm<sup>2</sup>.                      D. 500 cm<sup>2</sup>.

**Câu 2.** Diện tích toàn phần của tấm lịch này là

- A. 428 cm<sup>2</sup>.                      B. 400 cm<sup>2</sup>.                      C. 528 cm<sup>2</sup>.                      D. 430 cm<sup>2</sup>.

**Câu 3.** Thể tích phần không gian bên trong của tấm lịch này là

- A. 420 cm<sup>3</sup>.                      B. 450 cm<sup>3</sup>.                      C. 480 cm<sup>3</sup>.                      D. 500 cm<sup>3</sup>.

**Câu 4.** Nếu giá mỗi cm<sup>2</sup> nhựa để làm khung tấm lịch là 50 đồng thì giá để làm khung xung quanh tấm lịch (bỏ trống hai đáy) là

- A. 20000 đồng.                      B. 25000 đồng.                      C. 24000 đồng.                      D. 30000 đồng.

**Câu 5.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 3$  cm,  $BC = 5$  cm,  $CA = 6$  cm,  $AA' = 4$  cm. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là

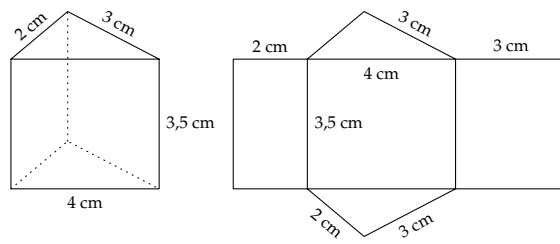
- A. 14 cm<sup>2</sup>.                      B. 56 cm<sup>2</sup>.                      C. 28 cm<sup>2</sup>.                      D. 18 cm<sup>2</sup>.

↻ BÀI TẬP ↻

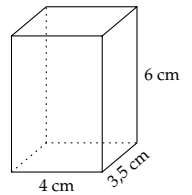
**Bài tập 1.** Hãy quan sát lăng trụ đứng tam giác và thực hiện các yêu cầu sau

- Tính tổng diện tích ba mặt bên của hình lăng trụ đứng.
- Gọi  $C_{\text{đáy}}$  là chu vi đáy và  $h$  là chiều cao của hình lăng trụ, tính  $C_{\text{đáy}} \cdot h$ .

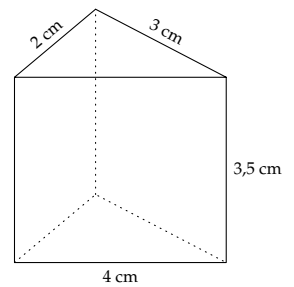
c) So sánh kết quả của câu a và câu b.



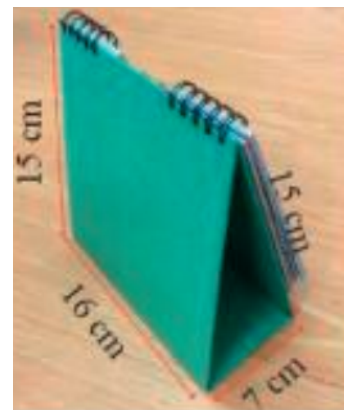
**Bài tập 2.** Tính thể tích của lăng trụ đứng trong hình bên.



**Bài tập 3.** Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng hình bên.



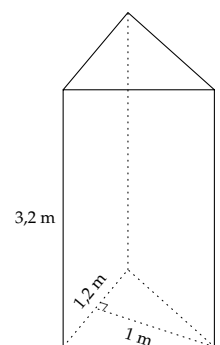
**Bài tập 4.** Hình bên là tấm lịch để bàn có dạng hình lăng trụ đứng tam giác. Tính diện tích xung quanh của tấm lịch.



**Bài tập 5.** Gàu xúc của một chiếc xe xúc (Hình a) có dạng gần như một hình lăng trụ đứng tam giác với kích thước đã cho trong Hình b. Để xúc hết  $40 \text{ m}^2$  cát, xe phải xúc ít nhất bao nhiêu gàu?

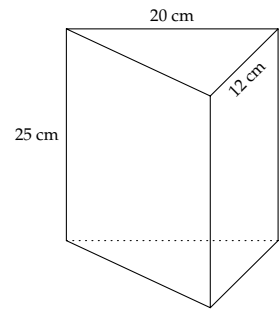


a)



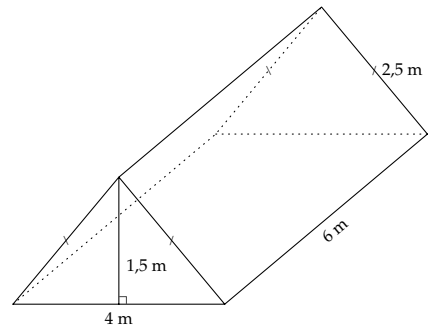
b)

**Bài tập 6.** Một chiếc hộp đèn có dạng hình lăng trụ đứng tam giác có kích thước như Hình 10. Tính diện tích xung quanh của chiếc hộp.



Hình 10

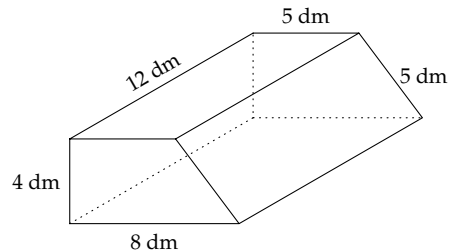
**Bài tập 7.** Một chiếc lều trại có dạng kích thước như Hình 11. Tính tổng diện tích tấm bạt có thể phủ kín toàn bộ lều (không tính mặt tiếp giáp với đất) và thể tích của chiếc lều.



Hình 11

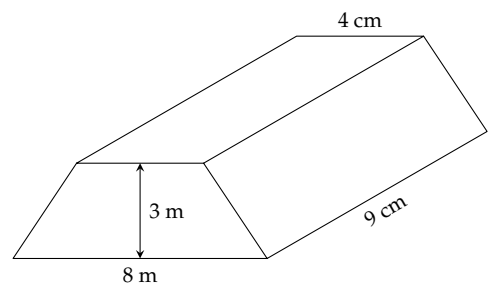
**Bài tập 8.** Một cái bục hình lăng trụ đứng có kích thước như Hình 12.

- a) Người ta muốn sơn tất cả các mặt của cái bục. Diện tích cần sơn là bao nhiêu?
- b) Tính thể tích của cái bục.



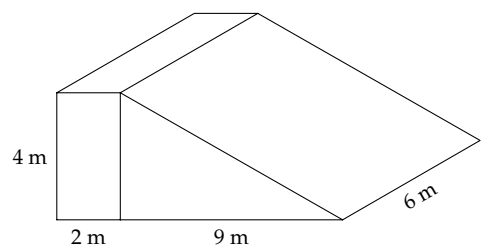
Hình 12

**Bài tập 9.** Tính thể tích lăng trụ đứng có đáy là hình thang cân với kích thước như Hình 13.



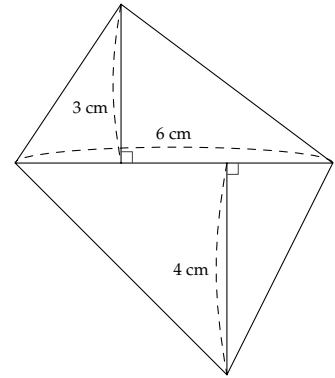
Hình 13

**Bài tập 10.** Để làm đường dẫn bắt ngang qua một con đê, người ta đút một khối bê tông có kích thước như Hình 14. Tính chi phí để đúc khối bê tông đó, biết rằng chi phí để đúc 1 m<sup>3</sup> bê tông là 1,2 triệu đồng.



Hình 14

**Bài tập 11.** Một hình lăng trụ đứng tứ giác có kích thước đáy như Hình 15, biết chiều cao của lăng trụ là 7 cm. Tính thể tích của hình lăng trụ.



Hình 15

# Chương 4

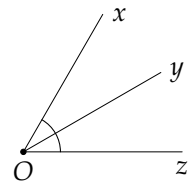
## Góc. Đường thẳng song song

### 4.1 Tia phân giác của góc

#### 4.1.1 Khái niệm

**Định nghĩa 4.1.** Tia phân giác của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với các cạnh ấy hai góc bằng nhau.

**Lưu ý 4.2.** Đường thẳng chứa tia phân giác của một góc được gọi là đường phân giác của góc đó.



#### A. Thực hành vẽ tia phân giác Oz của góc xOy có số đo 64°

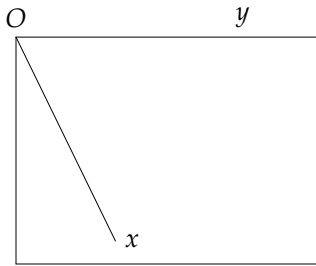
- Cách 1: Dùng thước đo góc.

Ta có  $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$  mà  $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = 64^\circ \Rightarrow \widehat{xOz} = \frac{64^\circ}{2} = 32^\circ$ .

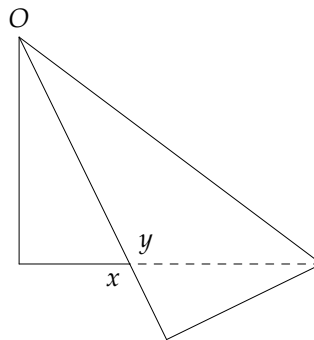
Vẽ tia Oz nằm giữa Ox, Oy sao cho  $\widehat{xOz} = 32^\circ$ .

- Cách 2: Gấp giấy.

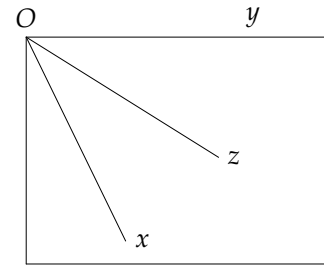
Vẽ góc xOy lên giấy trong. Gấp giấy sao cho cạnh Ox trùng với cạnh Oy. Nếp gấp cho ta vị trí của tia phân giác. Vẽ tia phân giác theo nếp gấp đó.



a)



b)

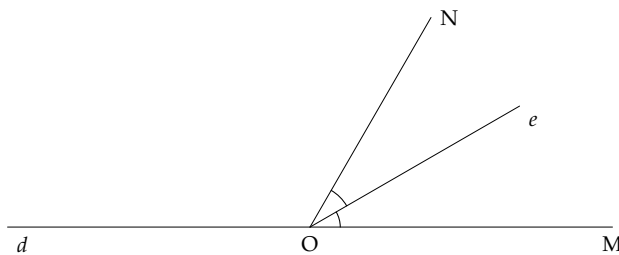


c)

#### 4.1.2 Bài tập

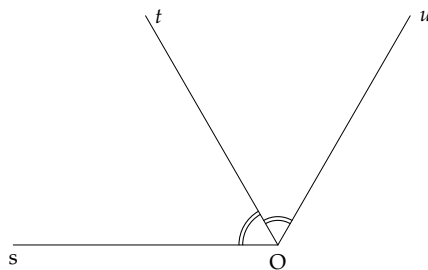
**TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Tìm tia phân giác của  $\widehat{MON}$  trong hình vẽ sau:



- A. OD.                      B. ON.                      C. OE.                      D. OM.

Câu 2. Tìm tia phân giác của  $\widehat{sOu}$  trong hình vẽ sau:



- A. Os.                      B. Ou.                      C. Ot.                      D. tO.

Câu 3. Cho  $\widehat{xAy} = 54^\circ$ , tia Az là tia phân giác của  $\widehat{xAy}$ . Số đo của  $\widehat{xAz}$  là

- A.  $108^\circ$ .                      B.  $54^\circ$ .                      C.  $27^\circ$ .                      D.  $22^\circ$ .

Câu 4. Cho  $\widehat{aKc} = 134^\circ$ , tia Kb là tia phân giác của  $\widehat{aKc}$ . Số đo của  $\widehat{bKc}$  là

- A.  $46^\circ$ .                      B.  $67^\circ$ .                      C.  $134^\circ$ .                      D.  $62^\circ$ .

Câu 5. Cho  $\widehat{mTn} = 46^\circ$  và Tn là tia phân giác của  $\widehat{mTc}$ . Số đo của  $\widehat{mTc}$  là

- A.  $46^\circ$ .                      B.  $23^\circ$ .                      C.  $92^\circ$ .                      D.  $134^\circ$ .

↻ BÀI TẬP ↻

**A. Vẽ tia phân giác của một góc**

**Bài tập 1.**

- a) Vẽ góc  $xOy$  có số đo  $126^\circ$ .
- b) Vẽ tia phân giác  $Ot$  của góc  $xOy$  ở ý trên.

**Bài tập 2.**

- a) Vẽ  $\widehat{ABC}$  là góc vuông.
- b) Vẽ tia phân giác  $BD$  của góc  $ABC$  ở ý trên.

**Bài tập 3.**

- a) Vẽ góc  $xOy$  có số đo  $44^\circ$ .
- b) Vẽ tia phân giác  $Ot$  của góc  $xOy$  ở ý trên.

**B. Chứng minh một tia là tia phân giác của một góc cho trước**

**Lưu ý 4.3.** Để chứng minh tia  $Oy$  là tia phân giác của góc  $xOz$ , ta thực hiện theo hai bước sau:

- Bước 1: Chứng tỏ tia  $Oy$  nằm giữa hai tia  $Ox, Oz$ .
- Bước 2: Chứng tỏ  $\widehat{xOy} = \widehat{zOy}$ .

**Bài tập 4.** Cho góc bẹt  $xOy$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $xy$ , vẽ tia  $Ot, Oz$  sao cho  $\widehat{xOt} = \widehat{yOz} = 30^\circ$ .

- a) Tính số đo góc  $tOz$ .
- b) Vẽ tia phân giác  $Om$  của góc  $tOz$ . Tia  $Om$  có phải là tia phân giác của góc  $xOy$  không? Vì sao?

**Bài tập 5.** Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia  $AB$ , vẽ tia  $AC, AD$  sao cho  $\widehat{BAC} = 50^\circ, \widehat{BAD} = 100^\circ$ .

- a) Trong ba tia  $AB, AC, AD$  thì tia nào nằm giữa hai tia còn lại? Vì sao?
- b) So sánh góc  $BAC$  và góc  $CAD$ .
- c) Tia  $AC$  có phải là tia phân giác của góc  $BAD$  không? Vì sao?

**Bài tập 6.** Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia  $Ox$ , vẽ tia  $Ot, Oy$  sao cho  $\widehat{xOt} = 35^\circ, \widehat{xOy} = 70^\circ$ .

- a) Tia  $Ot$  có nằm giữa hai tia  $Ox$  và  $Oy$  không?
- b) So sánh góc  $tOy$  và góc  $xOt$ .
- c) Tia  $Ot$  có là tia phân giác của góc  $xOy$  không? Vì sao?

### C. Tính số đo góc

**Lưu ý 4.4.** Để tính số đo góc, ta sử dụng các kiến thức sau:

- Tính chất cộng góc.
- Tính chất tia phân giác của một góc.

**Bài tập 7.** Cho hai tia  $Om, On$  đối nhau. Vẽ tia  $Ot$  sao cho  $\widehat{mOt} = 40^\circ$ . Gọi  $Oa$  là tia phân giác của góc  $mOt$ . Tính số đo các góc  $mOa$  và  $nOa$ .

**Bài tập 8.** Vẽ hai góc kề bù  $xOy, yOx'$ , biết  $\widehat{xOy} = 150^\circ$ . Gọi  $Ot$  là tia phân giác của góc  $xOy$ . Tính số đo các góc  $xOt$  và  $x'Ot$ .

**Bài tập 9.** Cho hai góc kề bù  $xOy, yOx'$ , biết  $\widehat{xOy} = 120^\circ$ . Gọi  $Ot$  là tia phân giác của góc  $xOy$  và  $Ot'$  là tia phân giác của góc  $x'Oy$ . Tính số đo các góc  $x'Ot$  và  $tOt'$ .

**Bài tập 10.** Cho góc bẹt  $xOy$ . Vẽ tia phân giác  $Om$  của góc đó. Vẽ tia phân giác  $Oa$  của góc  $xOm$ . Vẽ tia phân giác  $Ob$  của góc  $mOy$ . Tính số đo các góc  $yOm, xOb$  và  $aOb$ .

**Bài tập 11.** Cho điểm  $B$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$ . Vẽ các tia  $BA, BC$ . Lấy điểm  $D$  nằm ngoài đường thẳng  $BC$  sao cho  $\widehat{ABD} = 80^\circ$ . Gọi  $BE$  là tia phân giác của góc  $ABD$ . Tính số đo các góc  $ABE$  và  $EBC$ .

**Bài tập 12.** Cho ba tia  $Ox, Oy, Oz$  biết  $Ox, Oy$  là hai tia đối nhau và  $\widehat{xOz} = 50^\circ$ . Gọi  $Om$  là tia phân giác của góc  $xOz$ ,  $On$  là tia phân giác của góc  $yOz$ . Tính số đo các góc  $yOm$  và  $mOn$ .

**Bài tập 13.** Cho hai tia  $Oy, Oz$  cùng nằm trên một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia  $Ox$ . Biết  $\widehat{xOy} = 30^\circ, \widehat{xOz} = 80^\circ$ . Vẽ tia phân giác  $Om$  của  $\widehat{xOy}$ . Vẽ tia phân giác  $On$  của  $\widehat{xOz}$ .

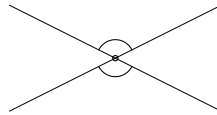
- a) Chứng tỏ tia  $Om$  nằm giữa hai tia  $Ox, Oz$ . Từ đó tính số đo góc  $zOm$ .
- b) Tính số đo góc  $mOn$ .

## 4.2 Hai góc đối đỉnh

### 4.2.1 Khái niệm

**Định nghĩa 4.2.**

- Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.
- Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.



Hai góc đối đỉnh

### 4.2.2 Bài tập

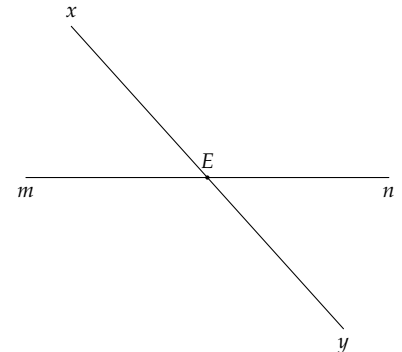
**TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Hai góc đối đỉnh thì

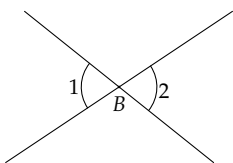
- A. bằng nhau.
- B. có tổng số đo bằng  $180^\circ$ .
- C. kề nhau.
- D. kề bù.

**Câu 2.** Quan sát hình vẽ bên. Góc đối đỉnh với góc  $xEm$  là

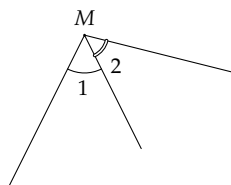
- A.  $\widehat{mEy}$ .
- B.  $\widehat{mEx}$ .
- C.  $\widehat{nEy}$ .
- D.  $\widehat{mEx}$  và  $\widehat{nEy}$ .



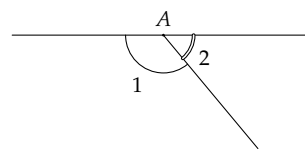
**Câu 3.** Hai góc được đánh dấu trong hình nào dưới đây là hai góc đối đỉnh



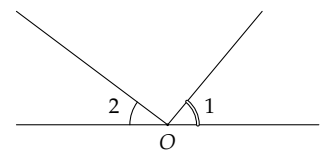
Hình 1



Hình 2



Hình 3



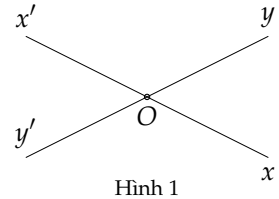
Hình 4

- A. Hình 1.
- B. Hình 2.
- C. Hình 3.
- D. Hình 4.

**BÀI TẬP**

**A. Nhận dạng góc đối đỉnh**

**Bài tập 1.** Vẽ hai đường thẳng  $xx'$  và  $yy'$  cắt nhau tại  $O$  như hình 1. Hãy điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau



Hình 1

- a) Góc  $xOy$  và góc ... là hai góc đối đỉnh vì cạnh  $Ox$  là tia đối của cạnh  $Ox'$  và cạnh  $Oy$  là ... của cạnh  $Oy'$ .
- b) Góc  $x'Oy$  và góc  $xOy'$  là ... vì cạnh  $Ox$  là tia đối của cạnh ... và cạnh ...

**Bài tập 2.** Hãy điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau

- a) Hai góc có mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia được gọi là hai góc ...
- b) Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành hai cặp góc ...

**Bài tập 3.** Vẽ hai đường thẳng  $zz'$  và  $tt'$  cắt nhau tại  $A$ . Hãy viết tên hai cặp góc đối đỉnh.

**Bài tập 4.** Vẽ góc  $xBy$  có số đo bằng  $60^\circ$ . Vẽ góc đối đỉnh với góc  $xBy$ . Hỏi góc này có số đo bằng bao nhiêu độ?

**Bài tập 5.** a) Vẽ góc  $ABC$  có số đo bằng  $56^\circ$ .

- b) Vẽ góc  $ABC'$  kề bù với góc  $ABC$ . Tính số đo của góc  $ABC'$ ?
- c) Vẽ góc  $C'BA'$  kề bù với góc  $ABC'$ . Tính số đo của góc  $C'BA'$ .

**Bài tập 6.** Ba đường thẳng  $xx', yy', zz'$  cùng đi qua điểm  $O$ . Hãy viết tên các cặp góc bằng nhau.

**Bài tập 7.** Vẽ hai góc có chung đỉnh và có cùng số đo là  $70^\circ$ , nhưng không đối đỉnh.

**Bài tập 8.** Vẽ góc vuông  $xAy$ . Vẽ góc  $x'Ay'$  đối đỉnh với góc  $xAy$ . Hãy viết tên hai góc vuông không đối đỉnh.

**Bài tập 9.** Cho hai đường thẳng  $x'x$  và  $y'y$  cắt nhau tại điểm  $O$ , biết số đo  $\widehat{xOy} = 50^\circ$ . Tìm số đo  $\widehat{x'Oy}, \widehat{x'Oy'}, \widehat{xOy'}$ .

**B. Tính số đo các góc**

**Lưu ý 4.5.** Sử dụng tính chất của hai góc đối đỉnh và tổng số đo hai góc kề bù bằng  $180^\circ$ .

**Bài tập 10.** Hai đường thẳng  $MN$  và  $PQ$  cắt nhau tại  $A$  tạo thành góc  $MAP$  có số đo bằng  $30^\circ$ .

- a) Tính số đo góc  $NAQ$ .
- b) Tính số đo góc  $MAQ$ .
- c) Viết tên các cặp góc đối đỉnh.
- d) Viết tên các cặp góc bù nhau.

**Bài tập 11.** Vẽ hình theo yêu cầu bài toán

- a) Vẽ góc  $ABC$  có số đo bằng  $56^\circ$ .
- b) Vẽ góc  $ABC'$  kề bù với góc  $ABC$ . Hỏi số đo của góc  $ABC'$ ?
- c) Vẽ góc  $C'BA'$  kề bù với góc  $ABC'$ . Tính số đo góc  $A'BC'$ .

**Bài tập 12.** Cho hai góc kề nhau  $\widehat{xOy}$  và  $\widehat{yOz}$  có tổng số đo bằng  $150^\circ$  và  $\widehat{xOy} - \widehat{yOz} = 90^\circ$ .

- a) Tính số đo các góc  $xOy$  và  $yOz$ .
- b) Vẽ các tia  $Ox', Oy'$  lần lượt là các tia đối của các tia  $Ox, Oy$ . Tính số đo các góc  $x'Oy', y'Oz, xOy'$ .

**Bài tập 13.** Vẽ hai đường thẳng cắt nhau sao cho trong số các góc tạo thành có một góc bằng  $47^\circ$ . Tính số đo các góc còn lại.

**C. Chứng tỏ hai góc đối đỉnh**

**Lưu ý 4.6.** Để nhận biết hai góc  $xOy$  và  $x'Oy'$  là hai góc đối đỉnh ta dùng một trong hai cách sau

- Cách 1. Chỉ ra hai cạnh của góc  $xOy$  là các tia đối của hai cạnh góc  $x'Oy'$ .
- Cách 2. Chỉ ra  $\widehat{xOy} = \widehat{x'Oy'}$ , trong đó tia  $Ox$  và  $Ox'$  (hoặc  $Oy$  và  $Oy'$ ) là các tia đối nhau và hai tia còn lại nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là  $Ox'$  (hoặc  $Oy'$ ).

**Bài tập 14.** Cho góc  $\widehat{xOy}$ . Vẽ tia  $Oz$  là phân giác góc  $\widehat{xOy}$ . Vẽ  $Oz'$  là tia đối của tia  $Oz$ . Vẽ góc kề bù  $\widehat{yOt}$  với góc  $\widehat{xOy}$ . Khi đó hai góc  $\widehat{z'Ot}$  và  $\widehat{xOz}$  có phải là hai góc đối đỉnh không?

**Bài tập 15.** Cho góc  $\widehat{mOn}$ . Vẽ góc kề bù  $\widehat{nOt}$  với góc  $\widehat{mOn}$ . Vẽ góc  $\widehat{mOz}$  kề bù với góc  $mOn$ . Khi đó hai góc  $\widehat{mOn}$  và  $\widehat{tOz}$  có phải là hai góc đối đỉnh không?

### 4.2.3 Luyện tập

**Bài tập 16.**

- Vẽ góc  $xOy$  có số đo bằng  $80^\circ$ .
- Vẽ góc  $x'Oy'$  đối đỉnh với góc  $xOy$ .
- Vẽ tia phân giác  $Oz$  của góc  $xOy$ . Vẽ tia đối  $Oz'$  của tia  $Oz$ . Kể tên các cặp góc đối đỉnh.

**Bài tập 17.** Hai đường thẳng  $xx'$  và  $yy'$  cắt nhau tại  $O$  tạo thành góc  $xOy$  có số đo bằng  $40^\circ$ .

- Tính số đo góc  $x'Oy'$ .
- Tính số đo góc  $xOy'$ .
- Viết tên các cặp góc đối đỉnh.

**Bài tập 18.** Vẽ hai đường thẳng cắt nhau sao cho trong số các góc tạo thành có một góc bằng  $62^\circ$ . Tính số đo các góc còn lại.

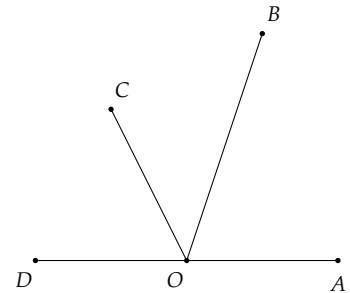
**Bài tập 19.** Cho góc  $xOy$ . Vẽ góc  $yOz$  kề bù với góc  $xOy$ . Vẽ góc  $xOt$  kề bù với góc  $xOy$ . Vẽ  $On$  là phân giác góc  $yOz$ . Vẽ  $Om$  là phân giác góc  $tOx$ . Khi đó  $zOn$  và  $xOm$  có phải là hai góc đối đỉnh hay không?

### 4.3 Hai góc kề nhau, bù nhau

#### 4.3.1 Khái niệm

**Định nghĩa 4.3.**

- Hai góc kề nhau là hai góc có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ chứa cạnh chung.
- Hai góc bù nhau là hai góc có tổng số đo bằng  $180^\circ$ .
- Hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau là hai góc kề bù.



**Ví dụ 11.** Trong hình vẽ trên

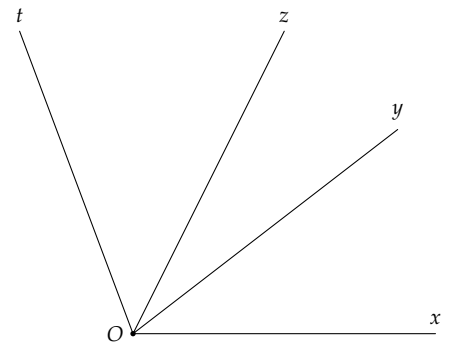
- $\widehat{AOB}$  và  $\widehat{BOC}$  là hai góc kề nhau,
- $\widehat{AOB}$  và  $\widehat{BOD}$  là hai góc kề bù.

#### 4.3.2 Bài tập

**TRẮC NGHIỆM**

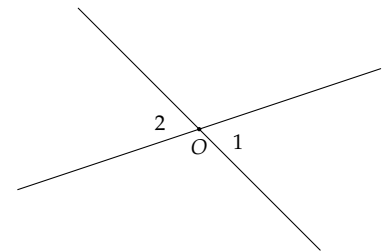
**Câu 1.** Quan sát hình vẽ bên. Góc kề với góc  $\widehat{xOy}$  là

- A.  $\widehat{zOy}$ .      B.  $\widehat{tOy}$ .      C.  $\widehat{zOy}$  và  $\widehat{tOy}$ .      D.  $\widehat{tOz}$ .

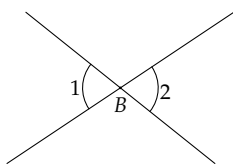


**Câu 2.** Quan sát hình vẽ bên. Góc  $O_1$  và góc  $O_2$  là

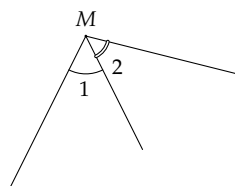
- A. Hai góc kề nhau.      B. Hai góc đối đỉnh.  
C. Hai góc kề bù.      D. Hai góc bù nhau.



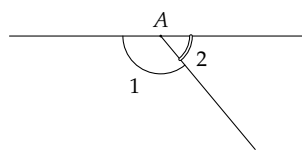
**Câu 3.** Hai góc được đánh dấu trong hình nào dưới đây là hai góc kề bù?



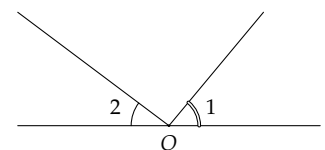
Hình 1



Hình 2



Hình 3

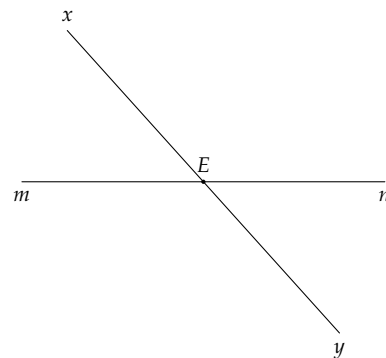


Hình 4

- A. Hình 1.      B. Hình 2.      C. Hình 3.      D. Hình 4.

Câu 4. Quan sát hình vẽ bên. Góc kề bù với góc  $xEn$  là

- A.  $\widehat{mEy}$ .      B.  $\widehat{mEx}$ .      C.  $\widehat{nEy}$ .      D.  $\widehat{mEx}$  và  $\widehat{nEy}$ .



**⇔ BÀI TẬP ⇔**

**Bài tập 1.** Vẽ ba tia  $OA, OB, OC$  theo thứ tự  $\widehat{AOB} = 50^\circ, \widehat{BOC} = 60^\circ$ . Tính số đo góc  $\widehat{AOCB}$ .

**Bài tập 2.** Trên mặt phẳng vẽ  $\widehat{AOB} = 60^\circ$ . Vẽ tia  $OC$  sao cho  $OB$  nằm giữa  $OA$  và  $OC$ . Biết  $\widehat{AOC} = 100^\circ$ , tính số đo góc  $\widehat{BOC}$ .

**Bài tập 3.** Trên mặt phẳng vẽ  $\widehat{AOB} = 120^\circ$ . Vẽ tia  $OC$  sao cho  $OB$  nằm giữa  $OA$  và  $OC$ . Biết  $\widehat{COB} = 50^\circ$ , tính số đo góc  $\widehat{AOC}$ .

**Bài tập 4.** Trên mặt phẳng vẽ ba tia  $Ox, Oy, Oz$  sao cho  $Oy$  nằm giữa và  $\widehat{xOy} = 70^\circ, \widehat{yOz} = 60^\circ$ . Tính số đo góc  $\widehat{xOz}$ .

**Bài tập 5.** Vẽ  $\widehat{AOC} = 150^\circ$  và tia  $OB$  nằm giữa hai tia  $OA, OC$  sao cho  $\widehat{AOB} = 50^\circ$ . Tính số đo góc  $\widehat{BOC}$ .

**Bài tập 6.** Trên cùng mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia  $Ox$ , vẽ hai tia  $Oy, Oz$  sao cho  $\widehat{xOy} = 60^\circ, \widehat{xOz} = 100^\circ$

a) Trong ba tia trên tia nào nằm giữa hai tia còn lại.

b) Tính số đo góc  $\widehat{yOz}$ .

**Bài tập 7.** Vẽ  $\widehat{AOB} = 50^\circ, \widehat{BOC} = 60^\circ$  sao cho hai góc đó kề nhau. Tính số đo góc  $\widehat{AOC}$ .

**Bài tập 8.** Vẽ  $\widehat{xOy} = 40^\circ, \widehat{yOz}$  kề với  $\widehat{xOy}$  sao cho  $\widehat{yOz} = 80^\circ$ . Tính số đo góc  $\widehat{xOz}$ .

**Bài tập 9.** Vẽ hai góc  $\widehat{AOB} = 30^\circ, \widehat{AOC} = 90^\circ$  kề nhau. Tính số đo góc  $\widehat{BOC}$ .

**Bài tập 10.** Vẽ hai góc kề nhau  $\widehat{AOB} = 90^\circ, \widehat{AOC} = 50^\circ$

a) Trong ba tia  $OA, OB, OC$  tia nào nằm giữa hai tia còn lại.

b) Tính số đo góc  $\widehat{BOC}$ .

**Bài tập 11.** Vẽ hai góc  $\widehat{AOB} = 120^\circ, \widehat{AOC} = 50^\circ$  không kề nhau. Tính số đo góc  $\widehat{BOC}$ .

**Bài tập 12.** Vẽ góc  $\widehat{AOB} = 100^\circ$ , vẽ tia  $OC$  sao cho  $\widehat{AOB}$  và  $\widehat{AOC}$  không kề nhau. Biết  $\widehat{COB} = 60^\circ$ , tính số đo góc  $\widehat{AOC}$ .

**Bài tập 13.** Vẽ hai góc  $\widehat{AOC} = 130^\circ, \widehat{BOC} = 70^\circ$  không kề nhau. Tính số đo góc  $\widehat{BOA}$ .

**Bài tập 14.** Vẽ hai góc  $\widehat{AOB} = 60^\circ, \widehat{AOC} = 30^\circ$  không kề nhau. Tính số đo góc  $\widehat{BOC}$ . Cho nhận xét.

**Bài tập 15.** Trên mặt phẳng vẽ ba tia  $Ox, Oy, Oz$  theo thứ tự sao cho  $\widehat{xOz} = 100^\circ, \widehat{yOz} = 50^\circ$ . Tính số đo góc  $\widehat{xOy}$ . Cho nhận xét.

**Bài tập 16.** Trên mặt phẳng vẽ ba tia  $OA, OB, OC$

a) Hãy chỉ ra cặp góc kề nhau và cặp góc không kề nhau.

b) Giả sử  $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = 60^\circ$ . Tính số đo góc  $\widehat{AOC}$  và cho nhận xét.

**Bài tập 17.** Vẽ  $\widehat{AOB} = 160^\circ$  có tia  $OC$  nằm giữa hai tia  $OA$  và  $OB$  sao cho  $\widehat{AOC} = 80^\circ$ . Tính số đo của  $\widehat{AOB}$  và nhận xét.

**Bài tập 18.** Vẽ  $\widehat{AOC}$  và  $\widehat{COB}$  kề nhau.

a) Trong ba tia  $OA, OB, OC$  tia nào nằm giữa hai tia còn lại?

b) Giả sử  $\widehat{AOC} = \widehat{COB} = 60^\circ$ . Tính số đo  $\widehat{AOB}$  và nhận xét.

**Bài tập 19.** Trên một mặt phẳng vẽ ba tia  $Ox, Oy, Oz$  sao cho  $\widehat{xOy} = 140^\circ, \widehat{xOz} = 70^\circ$  và  $\widehat{xOy}$  không kề với  $\widehat{xOz}$ . Tính số đo  $\widehat{yOz}$  và nhận xét.

**Bài tập 20.** Vẽ  $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = 80^\circ$  và  $\widehat{AOB}$  kề với  $\widehat{BOC}$ .

- a) Trong ba tia  $OA, OB, OC$  tia nào nằm giữa hai tia còn lại?
- b) Tính số đo  $\widehat{AOC}$  và cho nhận xét.

## 4.4 Hai đường thẳng song song và dấu hiệu nhận biết

### 4.4.1 Hai đường thẳng song song

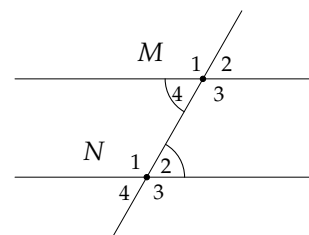
**Định nghĩa 4.4.**

- Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.
- Kí hiệu: Hai đường thẳng  $a, b$  song song với nhau được kí hiệu là  $a // b$ .

### 4.4.2 Cặp góc so le trong, đồng vị và trong cùng phía

**Định nghĩa 4.5.**

- Cặp góc  $\widehat{N}_2$  và  $\widehat{M}_4$  so le trong (hai góc so le trong thì bằng nhau).
- Cặp góc  $\widehat{N}_2$  và  $\widehat{M}_2$  đồng vị (hai góc đồng vị thì bằng nhau).
- Cặp góc  $\widehat{N}_2$  và  $\widehat{M}_3$  là cặp góc trong cùng phía (hai góc trong cùng phía có tổng bằng  $180^\circ$ ).



**Lưu ý 4.7.** Nhận dạng hình

- So le trong hình chữ Z.
- Đồng vị hình chữ F.
- Trong cùng phía hình chữ  $\square$ .

### 4.4.3 Chứng minh hai đường thẳng song song

**Dấu hiệu 4.1.** Nếu hai đường thẳng hợp với một đường thẳng thứ ba mà cho ta

- Hai góc so le trong bằng nhau thì hai đường thẳng đó song song.
- Hai góc đồng vị bằng nhau thì hai đường thẳng đó song song.
- Hai góc trong cùng phía bù nhau thì hai đường thẳng đó song song.

### 4.4.4 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Điền vào chỗ trống: Nếu hai đường thẳng  $d, d'$  cắt đường thẳng  $xy$  tạo thành một cặp góc đồng vị ... thì  $d // d'$ .

- A. bù nhau.                      B. bằng nhau.                      C. phụ nhau.                      D. kề nhau.

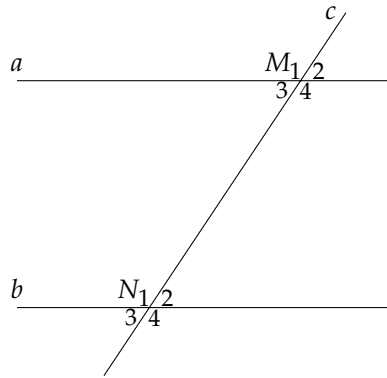
**Câu 2.** Trong các câu sau có bao nhiêu câu đúng?

Nếu một đường thẳng cắt nhau hai đường thẳng song song thì

- (1) Hai góc đồng vị bằng nhau.
- (2) Hai góc so le ngoài bằng nhau.
- (3) Hai góc trong cùng phía bằng nhau.
- (4) Hai góc so le trong bằng nhau.

- A. 1.                                  B. 2.                                  C. 3.                                  D. 4.

**Câu 3.** Chọn một cặp góc đồng vị trong hình vẽ sau:



- A.  $\widehat{M_1}$  và  $\widehat{N_3}$ .      B.  $\widehat{M_1}$  và  $\widehat{M_4}$ .      C.  $\widehat{M_1}$  và  $\widehat{N_2}$ .      D.  $\widehat{M_1}$  và  $\widehat{N_1}$ .

**Câu 4.** Cho đường thẳng  $c$  cắt hai đường thẳng  $a, b$  và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì

- A.  $a$  và  $b$  song song với nhau.      B. đường thẳng  $a$  cắt đường thẳng  $b$ .  
 C. đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$ .      D. đường thẳng  $a$  trùng với đường thẳng  $b$ .

❖ BÀI TẬP ❖

**A. Bài tập nhận biết, liên quan đến hai đường thẳng song song**

**Bài tập 1.** Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau

- a) Hai đường thẳng  $a, b$  song song với nhau được kí hiệu là ...  
 b) Đường thẳng  $c$  cắt hai đường thẳng  $a, b$  và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì ...

**Bài tập 2.** Cho hai điểm  $A$  và  $B$ . Hãy vẽ một đường thẳng  $a$  đi qua  $A$  và đường thẳng  $b$  đi qua  $B$  sao cho  $b$  song song với  $a$ .

**Bài tập 3.** Vẽ cặp góc so le trong  $xAB, yBA$  có số đo đều bằng  $120^\circ$ . Hỏi hai đường thẳng  $Ax, By$  có song song với nhau không? Vì sao?

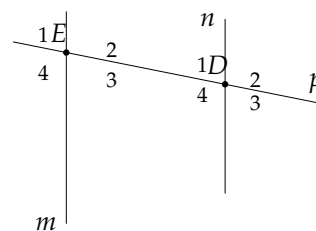
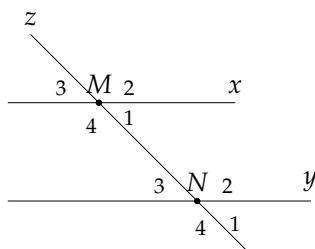
**Bài tập 4.** Cho tam giác  $ABC$ . Hãy vẽ một đoạn thẳng  $AD$  sao cho  $AD = BC$  và đường thẳng  $AD$  song song với  $BC$ .

**Bài tập 5.** Vẽ hai đường thẳng  $xx', yy'$  sao cho  $xx' // yy'$ .

**Bài tập 6.** Cho góc nhọn  $xOy$  và một điểm  $O'$ . Hãy vẽ một góc nhọn  $x'O'y'$  có  $O'x' // Ox$  và  $O'y' // Oy$ . Hãy đo xem hai góc  $xOy$  và  $x'O'y'$  có bằng nhau hay không?

**B. Tính các góc so le trong, đồng vị và trong cùng phía**

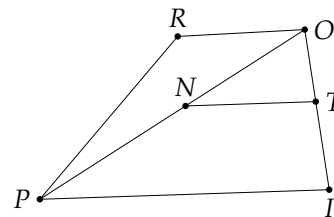
**Bài tập 7.** Chỉ ra các cặp góc so le trong, cặp góc đồng vị, cặp góc trong cùng phía trong các hình vẽ sau:



**Bài tập 8.** Cho hai đường thẳng  $(a)$  và  $(b)$  song song nhau. Đường thẳng  $(c)$  cắt  $(a)$  tại  $A$  và cắt  $(b)$  tại  $B$ . Hãy chỉ ra cặp góc so le trong, đồng vị và trong cùng phía.

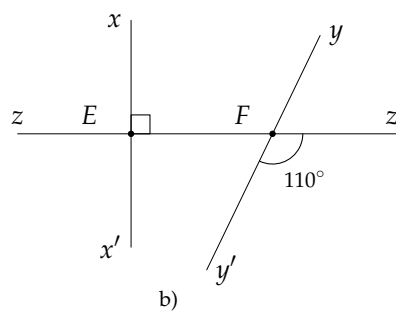
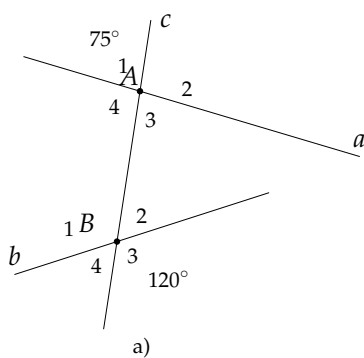
**Bài tập 9.** Xem hình bên rồi điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau:

- a)  $\widehat{IPO}$  và  $\widehat{POR}$  là một cặp góc ...      b)  $\widehat{OPI}$  và  $\widehat{TNO}$  là một cặp góc ...  
 c)  $\widehat{PIO}$  và  $\widehat{NTO}$  là một cặp góc ...      d)  $\widehat{ORP}$  và  $\widehat{PIR}$  là một cặp góc ...

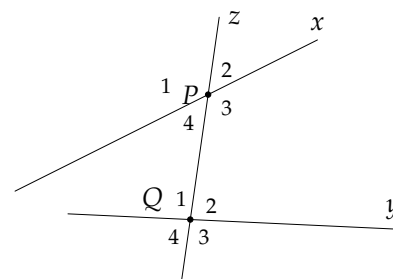


**C. Tính số đo góc**

**Bài tập 10.** Vẽ lại hình bên và tính số đo các góc còn lại

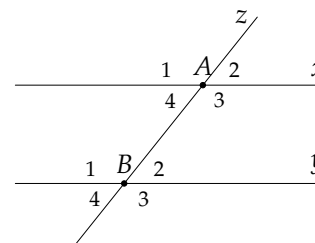


**Bài tập 11.** Cho đường thẳng z cắt hai đường thẳng x và y lần lượt tại hai điểm P và Q như hình vẽ bên. Tính các góc còn lại biết  $\widehat{P_1} = 120^\circ$ ,  $\widehat{Q_3} = 80^\circ$ .



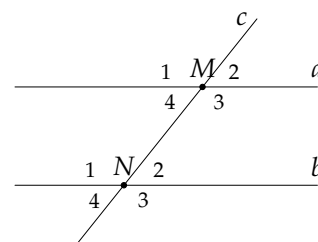
**Bài tập 12.** Cho hình vẽ

- a) Kể tên các cặp góc so le trong, các cặp góc đồng vị và các cặp góc trong cùng phía.  
 b) Tính số đo các cặp góc còn lại, biết  $\widehat{A_2} = \widehat{B_2} = 60^\circ$ .



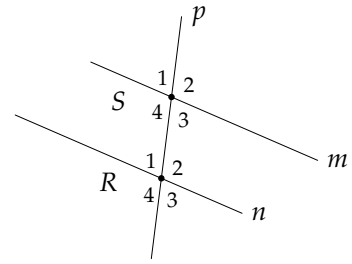
**Bài tập 13.** Cho hình vẽ

- a) Kể tên các cặp góc so le trong, các cặp góc đồng vị và các cặp góc trong cùng phía.  
 b) Tính số đo các cặp góc còn lại, biết  $\widehat{M_4} = \widehat{N_2} = 45^\circ$ .



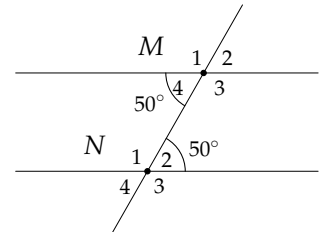
**Bài tập 14.** Cho hình vẽ bên

- a) Kể tên các cặp góc so le trong, các cặp góc đồng vị và các cặp góc trong cùng phía.
- b) Tính số đo các cặp góc còn lại, biết:  $\widehat{R}_4 = \widehat{S}_2 = 120^\circ$ .



**Bài tập 15.** Cho hình vẽ bên

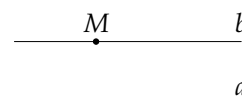
- a) Kể tên các cặp góc so le trong, các cặp góc đồng vị và các cặp góc trong cùng phía.
- b) Ghi tiếp số đo ứng với các góc còn lại.
- c) Tính  $\widehat{M}_3 + \widehat{N}_2$ ;  $\widehat{M}_4 + \widehat{N}_1$ .



## 4.5 Tiên đề O-Clit về đường thẳng song song

### 4.5.1 Tiên đề O-Clit

Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.



**Tính chất 4.1.** Nếu hai đường thẳng song song hợp với một đường thẳng thứ ba sẽ cho ta

- Hai góc so le trong bằng nhau.
- Hai góc đồng vị bằng nhau.
- Hai góc trong cùng phía bù nhau.

### 4.5.2 Bài tập

➡ TRẮC NGHIỆM ⬅

**Câu 1.** Chọn câu đúng

- A. Qua điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $m$ , có vô số đường thẳng song song với  $m$ .
- B. Qua điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $m$ , có duy nhất một đường thẳng song song với  $m$ .
- C. Qua điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $d$ , có hai đường thẳng phân biệt cùng song song với  $d$ .
- D. Nếu hai đường thẳng  $AB$  và  $AC$  cùng song song với đường thẳng  $d$  thì hai đường thẳng  $AB$  và  $AC$  song song với nhau.

**Câu 2.** Cho đường thẳng  $c$  cắt hai đường thẳng  $a, b$  và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì

- A.  $a$  và  $b$  song song với nhau.
- B. đường thẳng  $a$  cắt đường thẳng  $b$ .
- C. đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$ .
- D. đường thẳng  $a$  trùng với đường thẳng  $b$ .

**Câu 3.** Vẽ hai đường thẳng  $a, b$  sao cho  $a \parallel b$ . Vẽ đường thẳng  $c$  vuông góc với đường thẳng  $a$  tại  $A$ . Khi đó

- A.  $c \perp b$ .
- B.  $c$  cắt  $b$ .
- C.  $c \parallel b$ .
- D.  $c$  trùng với  $b$ .

**Câu 4.** Chọn câu sai: Nếu đường thẳng  $c$  cắt hai đường thẳng  $a, b$  và trong các góc tạo thành

- A. có một cặp góc so le trong bằng nhau thì  $a \parallel b$ .
- B. có một cặp góc đồng vị bằng nhau thì  $a \parallel b$ .
- C. có một cặp góc trong cùng phía bằng nhau thì  $a \parallel b$ .
- D. có một cặp góc trong cùng phía bù nhau thì  $a \parallel b$ .

**Câu 5.** Cho ba đường thẳng  $a, b$  và  $c$  phân biệt. Biết  $a \perp c, b \perp c$  ta suy ra

- A.  $a$  và  $b$  phân biệt.
- B.  $a$  và  $b$  cắt nhau.
- C.  $a \parallel b$ .
- D.  $a$  trùng với  $b$ .

⌘ BÀI TẬP ⌘

**Bài tập 1.** Tập vẽ phác họa hai đường thẳng song song với nhau. Kiểm tra lại bằng dụng cụ.

**Bài tập 2.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào diễn đạt đúng nội dung của tiên đề O-clit.

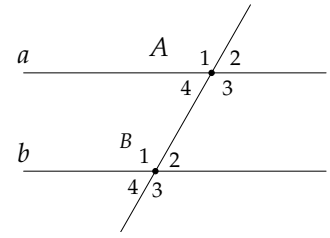
- a) Nếu qua điểm  $M$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  có hai đường thẳng song song với  $a$  thì chúng trùng nhau.
- b) Cho điểm  $M$  ở ngoài đường thẳng  $a$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và song song với đường thẳng  $a$  là duy nhất.
- c) Có duy nhất một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước.
- d) Qua điểm  $M$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  có ít nhất một đường thẳng song song với  $a$ .

**Bài tập 3.** Cho tam giác  $ABC$ . Qua đỉnh  $A$  vẽ đường thẳng  $a$  song song với  $BC$ , qua đỉnh  $B$  vẽ đường thẳng  $b$  song song với  $AC$ . Hỏi vẽ được mấy đường thẳng  $a$ , mấy đường thẳng  $b$ , vì sao?

**Bài tập 4.** Điền vào chỗ trống (...) trong phát biểu sau. Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì

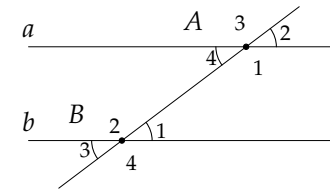
- a) Hai góc so le trong ...
- b) Hai góc đồng vị ...
- c) Hai góc trong cùng phía ...

**Bài tập 5.** Trong hình bên cho  $a // b, \widehat{B}_1 = 120^\circ$ . Tính số đo  $\widehat{A}_3, \widehat{A}_1, \widehat{A}_4$ .



**Bài tập 6.** Hình 8 cho biết  $a // b$  và  $\widehat{A}_4 = 37^\circ$ .

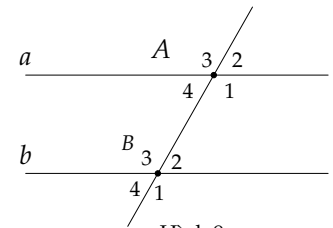
- a) Tính  $\widehat{B}_1$ .
- b) So sánh  $\widehat{A}_1$  và  $\widehat{B}_4$ .
- c) Tính  $\widehat{B}_2$ .



Hình 8

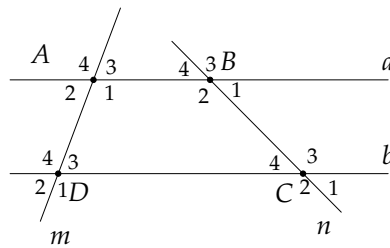
**Bài tập 7.** Hình 9 cho biết  $a // b$  và  $c$  cắt  $a$  tại  $A$ , cắt  $b$  tại  $B$ . Hãy điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau

- a)  $\widehat{A}_1 = \dots$  (vì là cặp góc so le trong)
- b)  $\widehat{A}_2 = \dots$  (vì là cặp góc đồng vị)
- c)  $\widehat{B}_3 + \widehat{A}_4 = \dots$  (vì ...)
- d)  $\widehat{B}_4 = \widehat{A}_2$  (vì ...)

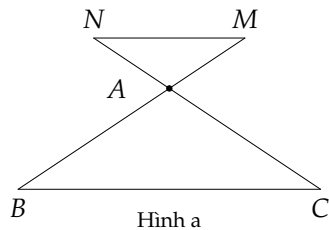


Hình 9

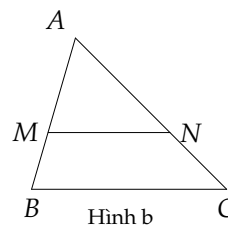
**Bài tập 8.** Cho hình vẽ sau, biết  $a // b, \widehat{A}_1 = 110^\circ, \widehat{C}_3 = 135^\circ$ . Tính  $\widehat{B}_2, \widehat{B}_1, \widehat{D}_1, \widehat{D}_4$ .



**Bài tập 9.** Trong hình vẽ sau, cho biết  $MN // BC$ . Chứng minh rằng hai  $\triangle AMN$  và  $\triangle ABC$  có hai góc tương ứng bằng nhau từng đôi một?

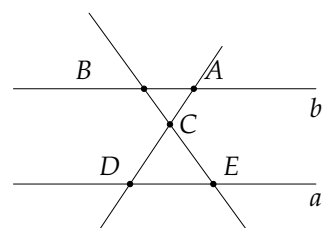


Hình a



Hình b

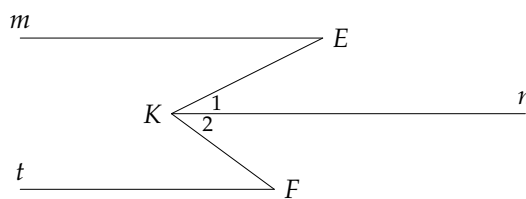
**Bài tập 10.** Cho hình 10 ( $a // b$ ). Hãy nêu tên các cặp góc bằng nhau của hai tam giác  $CAB$  và  $CDE$ .



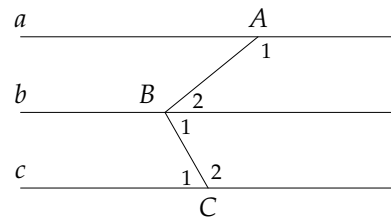
Hình 10

**Bài tập 11.** Cho hình vẽ có  $Em // Kn // Ft$ . Cho biết  $\widehat{E} = 25^\circ$  và  $\widehat{EKF} = 75^\circ$ .

- a) Tính  $\widehat{K}_1$ .  
b) Tính  $\widehat{K}_2$ .  
c) Tính  $\widehat{F}$ .



**Bài tập 12.** Cho hình vẽ dưới đây, biết:  $a // b // c$  và  $\widehat{B}_1 = 60^\circ$ ,  $\widehat{A}_1 = 140^\circ$ . Hãy tính số đo các góc:  $\widehat{C}_1$ ,  $\widehat{C}_2$  và  $\widehat{ABC}$ .



### 4.5.3 Luyện tập

**Bài tập 13.** Cho  $\widehat{xOy} = 30^\circ$ , điểm  $A \in Ox$ ; qua A dựng  $Ay' // Oy$  và nằm trong  $\widehat{xOy}$ . Gọi  $Ot$  và  $At'$  lần lượt là tia phân giác  $\widehat{xOy}$  và  $\widehat{xAy'}$ .

- a) Tính  $\widehat{OAy'}$ .  
b) Chứng tỏ  $Ot // At'$ .

**Bài tập 14.** Cho  $\widehat{xOy} = 30^\circ$ . Từ điểm A trong  $\widehat{xOy}$ , vẽ tia song song với  $Ox$  cắt  $Oy$  ở B và vẽ tia song song với  $Oy$  cắt  $Ox$  ở C.

- a) Tính  $\widehat{ABy}$ ,  $\widehat{ABO}$ .  
b) Tính  $\widehat{xCA}$ ,  $\widehat{CAB}$ .

**Bài tập 15.** Cho  $\widehat{xOy}$  nhọn. Từ điểm A thuộc tia phân giác của  $\widehat{xOy}$ , vẽ đường thẳng song song với  $Ox$  cắt  $Oy$  ở B.

- a) Tìm trên hình vẽ hai góc so le trong.  
b) Chứng minh:  $\widehat{BOA} = \widehat{BAO}$ .

**Bài tập 16.** Cho  $\widehat{xOy} = 60^\circ$ . Từ điểm A thuộc tia phân giác của  $\widehat{xOy}$ , vẽ đường thẳng song song với  $Ox$  cắt  $Oy$  ở B và vẽ đường thẳng song song với  $Oy$  cắt  $Ox$  ở C.

- a) Tính  $\widehat{COA}$ ,  $\widehat{AOB}$ .  
b) Tính  $\widehat{BAO}$ ,  $\widehat{OAC}$ .

c) Chứng minh:  $AO$  là tia phân giác của  $\widehat{BAC}$ .

**Bài tập 17.** Từ điểm A thuộc tia phân giác của  $\widehat{xOy}$ , vẽ đường thẳng song song với  $Ox$  cắt  $Oy$  ở B và vẽ đường thẳng song song với  $Oy$  cắt  $Ox$  ở C.

- a) Chứng minh:  $\widehat{BAO} = \widehat{AOC}$  và  $\widehat{CAO} = \widehat{AOB}$ .  
b) Chứng minh:  $AO$  là tia phân giác của  $\widehat{BAC}$ .

**Bài tập 18.** Cho tam giác  $ABC$ , tia phân giác của  $\widehat{B}$  và  $\widehat{C}$  cắt nhau ở I. Từ I kẻ đường thẳng song song với  $BC$  cắt  $AB$  ở D và  $AC$  ở E.

- a) Chứng minh:  $\widehat{DIB} = \widehat{DBI}$ .  
b) Chứng minh:  $\widehat{EIC} = \widehat{ECI}$ .

**Bài tập 19.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{A} = 70^\circ$ ;  $AD$  là đường phân giác. Từ D vẽ đường thẳng song song  $AB$  cắt  $AC$  ở M.

- a) Tính  $\widehat{BAD}$  và  $\widehat{ADM}$ .  
b) Tính  $\widehat{AMD}$ .

**Bài tập 20.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 60^\circ$  có  $AD$  là đường phân giác. Từ điểm E bất kỳ thuộc tia  $AC$  vẽ một tia song song  $AD$  cắt  $BC$  ở K.

- a) Tính  $\widehat{CAD}$ .  
b) Tính  $\widehat{CEK}$ .

# Chương 5

## Biểu diễn dữ liệu

### 5.1 Thu thập và phân loại dữ liệu

#### 5.1.1 Bài toán mở đầu

**Ví dụ 12.** Lớp trưởng 7A thu thập thông tin về tổ I được những dữ liệu thống kê sau

- Tổ I gồm tám bạn, đó là Phương, Thành, Tùng, Ân, Lâm, Oanh, Hằng, Tâm.
- Số đo chiều cao (theo đơn vị xăng-ti-mét) của tám bạn đó lần lượt là 130, 135, 149, 140, 150, 135, 145, 151.

**Nhận xét 5.1.** Trong các dữ liệu thống kê thu thập được,

- Có dữ liệu thống kê là số (số liệu) như 130, 135, 149, 140, 150, 135, 145, 151.
- Có dữ liệu thống kê không phải là số mà là con người như Phương, Thành, Tùng, Ân, Lâm, Oanh, Hằng, Tâm.
- Dữ liệu này chỉ đại diện cho tổ I của lớp 7A, chứ không đại diện cho lớp 7A.

**Lưu ý 5.1.** Trong thống kê, dữ liệu được phân theo hai loại sau

- Dữ liệu là số (số liệu),
- Dữ liệu không phải là số,
- Để đưa ra các kết luận hợp lý, dữ liệu thu được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng được quan tâm.
- Dữ liệu có thể sắp thứ tự, hoặc không sắp thứ tự.

#### 5.1.2 Bài tập

### ⊕ TRẮC NGHIỆM ⊖

**Câu 1.** Theo thống kê cuối kì I của lớp 7A về xếp loại hạnh kiểm cho bởi bảng sau:

Xếp loại hạnh kiểm	Tốt	Khá	Trung bình	Yếu
Số học sinh được đánh giá	20	14	2	1

Dữ liệu thu thập được về số học sinh được đánh giá ở bảng trên thuộc loại nào?

- A. Dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.
- B. Dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.
- C. Dữ liệu số.
- D. Dữ liệu không là số.

**Câu 2.** Mai thu thập dữ liệu: Các loại nước giải khát: Nước cocacola; nước chanh; nước suối; nước cam;...  
Hãy cho biết dữ liệu trên thuộc loại nào trong các loại sau?

- A. Số liệu.
- B. Dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.
- C. Dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.
- D. Dữ liệu là số, không thể sắp thứ tự.

**Câu 3.** Tìm hiểu về sở thích đối với môn chạy nhanh của 5 bạn học sinh một trường THCS được cho bởi bảng thống kê sau:

STT	Tuổi	Giới tính	Sở thích
1	14	Nam	Không thích
2	13	Nam	Rất thích
3	15	Nữ	Không thích
4	15	Nữ	Thích
5	13	Nữ	Rất thích

Dữ liệu trong bảng thống kê theo tiêu chí định tính là:

- A. Giới tính, Sở thích.      B. Sở thích.      C. Tuổi, Giới tính.      D. Giới tính.

**Câu 4.** Dữ liệu sau thuộc loại nào: Tên của các hành tinh trong hệ mặt trời.

- A. Dữ liệu số.      B. Dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.  
C. Dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.      D. Dữ liệu không là số.

**Câu 5.** Dữ liệu sau thuộc loại nào: Họ và tên của các học sinh trong đội tuyển học sinh giỏi của trường tham dự kì thi học sinh giỏi cấp tỉnh.

- A. Dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.      B. Dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.  
C. Dữ liệu số.      D. Dữ liệu không là số.

### ↔ BÀI TẬP ↔

**Bài tập 1.** Kết quả thu thập thông tin về các môn thể thao yêu thích của các học sinh lớp 7 ở một trường trung học cơ sở A được ghi nhận như sau

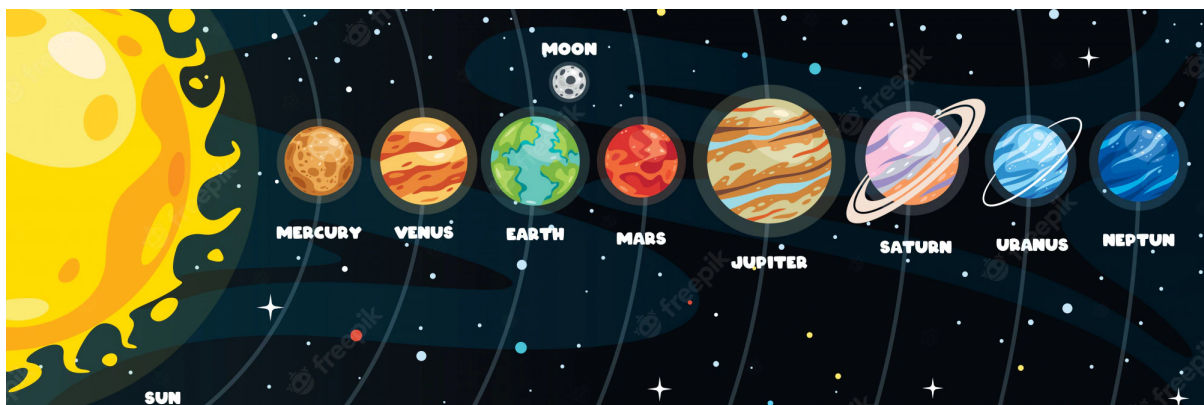
- Các môn thể thao yêu thích là Bóng đá, Cầu lông, Chạy bộ, Đá cầu.
- Số lượng học sinh yêu thích mỗi môn thể thao đó lần lượt là 83, 46, 53, 72.

Trong hai loại dữ liệu thống kê thu thập được ở trên, dữ liệu thống kê nào là dữ liệu số? Dữ liệu thống kê nào không phải là số liệu?

**Bài tập 2.** Phân loại các dãy dữ liệu sau dựa trên các tiêu chí định tính và định lượng.

- a) Các loại xe ô tô được sản xuất A; B; C; ...
- b) Chiều cao (tính theo cm) của một số học sinh lớp 7C là 142, 148, 153, ...
- c) Danh sách các môn thể thao được học sinh yêu thích là bóng đá, cầu lông, bóng chuyền, ...
- d) Điểm trung bình môn Toán của một số bạn học sinh là 5,5; 6,5, 8,2, ...

**Bài tập 3.** Sau khi tìm hiểu thông tin về Hệ Mặt Trời từ trang web <http://solarsystem.nasa.gov>, bạn Trường thu thập được những dữ liệu thống kê sau:



- Hệ mặt trời gồm tám hành tinh, đó là: Sao Thủy, Sao Kim, Trái Đất, Sao Hỏa, Sao Mộc, Sao Thổ, Sao Thiên Vương, Sao Hải Vương.
- Bán kính (theo đơn vị ki-lô-mét) của tám hành tinh đó lần lượt là: 2440; 6052; 6371; 3390; 69911; 58232; 25362; 24522; ...

Trong hai loại dữ liệu thống kê thu thập ở trên, dữ liệu thống kê nào là số liệu? Dữ liệu thống kê nào không phải số liệu?

**Bài tập 4.** Kết quả Tổng điều tra Dân số và nhà ở năm 2019 của Tổng cục Thống kê, cho biết, những năm qua cùng với sự phát triển nhanh chóng của kinh tế - xã hội, bức tranh chung về dân số Việt Nam đã có nhiều thay đổi. Với trên 96,2 triệu người là nhân khẩu thực tế thường trú tại gần 26,9 triệu hộ dân cư sinh sống trên lãnh thổ Việt Nam tại thời điểm 0 giờ ngày 01/04/2019, Việt Nam đã trở thành quốc gia đông dân thứ 3 trong khu vực Đông Nam Á và thứ 15 trên thế giới. Trong đó, tuổi thọ bình quân từ lúc sinh ra tại Việt Nam đã liên tục tăng trong những năm gần đây và năm 2019 đạt 73,6 tuổi. Đây là một kết quả tích cực, thể hiện những thành tựu nâng cao chất lượng dân số của Việt Nam, tuy nhiên bên cạnh đó Việt Nam đang đối mặt nhiều thách thức trước thực trạng tuổi thọ trung bình được nâng lên và xu hướng già hóa dân số ngày càng gia tăng. Do đó, bên cạnh những chính sách về nâng

cao chất lượng dân số, Việt Nam cần có những chính sách nhằm đảm bảo an sinh xã hội cho người cao tuổi trong tương lai.

(Theo [www.consosukien.vn](http://www.consosukien.vn))

Bạn Linh được phân công ghi lại số liệu tuổi thọ trung bình của người Việt Nam từ năm 1989 đến năm 2019. Bạn Linh đã ghi nhầm số liệu của 1 ô trong bảng. Theo em, bạn Linh đã ghi nhầm số liệu nào?

Năm	Nam	Nữ	Chung
1989	63,0	67,5	65,2
1999	66,5	70,1	68,2
2009	70,2	75,6	27,8
2019	71,0	76,3	73,6

**Tuổi thọ trung bình theo giới tính, 1989-2019**

**Bài tập 5.** Trong cuộc thi bơi cự li 50 m tự do của học sinh nam nhân ngày Thể thao Việt Nam 27/3, có sáu học sinh Nhân, Tấn, Lâm, Bình, Tiến, Long của một trường THCS tham gia với kết quả bơi được thống kê như sau

Học sinh	Nhân	Tấn	Lâm	Bình	Tiến	Long
Thời gian (giây)	32,5	35,7	18,1	42,3	38,1	45,3

Sau khi xem xét lại kết quả, ban tổ chức nhận ra đã có ghi nhầm số liệu của một học sinh.

- Ban tổ chức có thể đã ghi nhầm số liệu của học sinh nào?
- Hãy chỉ ra cách chọn một học sinh bơi nhanh nhất để dự thi cấp Quận.

## 5.2 Biểu đồ hình cột

### 5.2.1 Biểu đồ cột

Ở lớp 6, chúng ta đã làm quen với việc mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ (bảng số liệu), biểu đồ tranh, biểu đồ cột, biểu đồ cột kép)

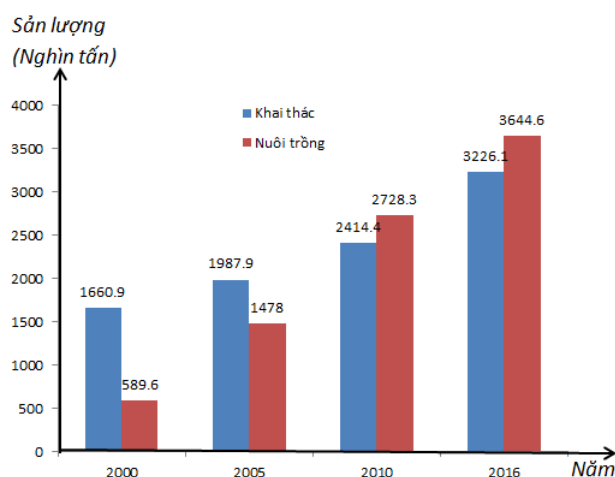
Trong mục này, chúng ta tiếp tục tìm hiểu sâu hơn việc đọc hiểu, rút ra những thông tin cần thiết từ những dạng biểu diễn đã học và nhận biết những dạng biểu diễn khác nhau cho một tập dữ liệu.

### 5.2.2 Bài tập

#### A. Đọc số liệu từ biểu đồ

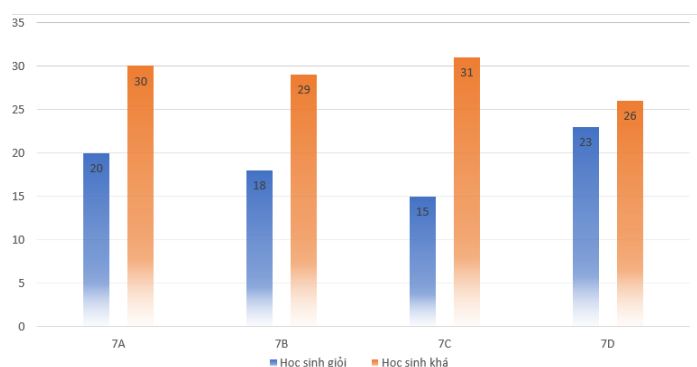
**Bài tập 1.** Biểu đồ cột kép hình dưới biểu diễn sản lượng khai thác và nuôi trồng thủy sản của nước ta trong các năm 2000, 2005, 2010, 2016.

- Nêu cách xác định sản lượng khai thác thủy sản của nước ta trong các năm 2000, 2005, 2010, 2016.
- Nêu cách xác định sản lượng nuôi trồng thủy sản của nước ta trong các năm 2000, 2005, 2010, 2016.
- Lập bảng số liệu thống kê sản lượng khai thác và nuôi trồng thủy sản của nước ta trong các năm 2000, 2005, 2010, 2016. (đơn vị Nghìn tấn)



Ngành / Năm	2000	2005	2010	2016
Khai thác thủy sản				
Nuôi trồng thủy sản				

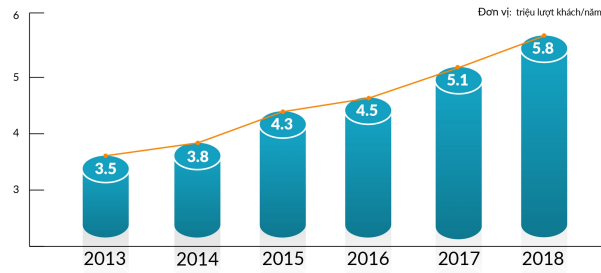
**Bài tập 2.** Biểu đồ cột kép bên dưới biểu diễn số học sinh giỏi và số học sinh khá của các lớp 7A, 7B, 7C, 7D.



- Số học sinh giỏi của mỗi lớp là bao nhiêu học sinh?
- Số học sinh giỏi của lớp 7C ít hơn học sinh giỏi 7D là bao nhiêu học sinh?
- Số học sinh khá của mỗi lớp là bao nhiêu?
- Số học sinh khá của lớp nào nhiều nhất?

**Bài tập 3.** Biểu đồ cột ở hình dưới biểu diễn lượt khách du lịch đến Bình Thuận trong các năm từ năm 2013 đến năm 2018. Em hãy nêu cách xác định lượt khách du lịch của tỉnh Bình Thuận từ năm 2013 đến năm 2018.

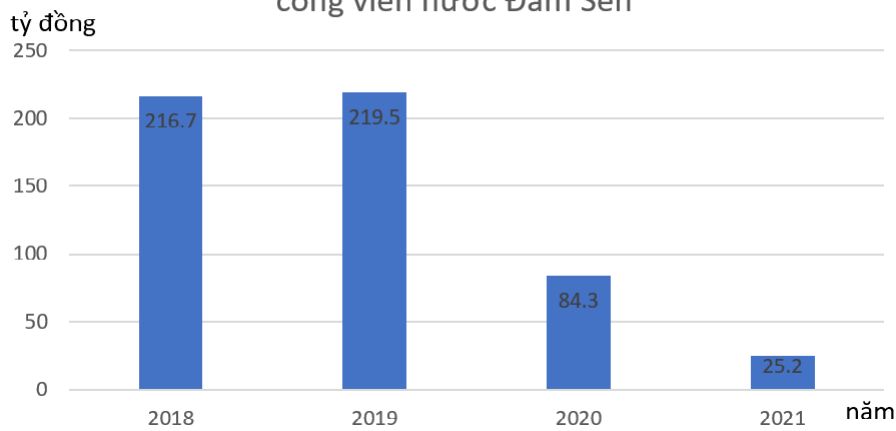
LƯỢT KHÁCH DU LỊCH ĐẾN BÌNH THUẬN  
QUA CÁC NĂM (2013 - 2018)



Nguồn: Sở Văn hóa, Thể thao & Du lịch Bình Thuận

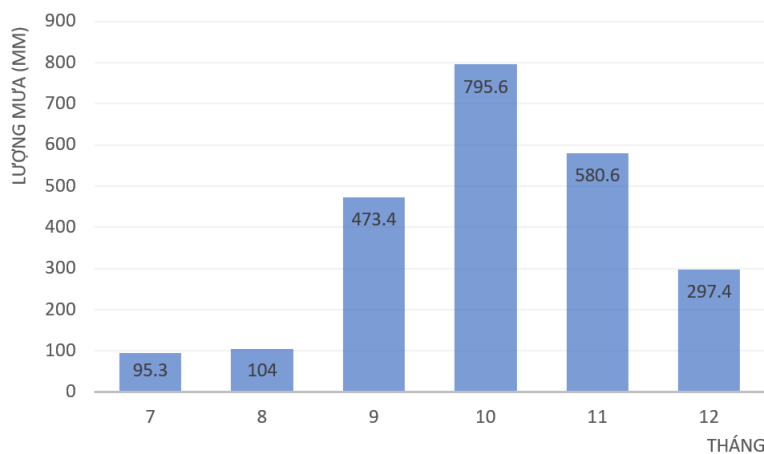
**Bài tập 4.** Biểu đồ cột bên dưới biểu diễn doanh thu bán hàng và dịch vụ công viên nước Đầm Sen trong các năm 2018, 2019, 2020, 2021.

Doanh thu và bán hàng dịch vụ  
công viên nước Đầm Sen



- a) Doanh thu bán hàng và dịch vụ năm 2019 giảm bao nhiêu phần trăm so với năm 2018 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
- b) Doanh thu bán hàng và dịch vụ năm 2020 giảm bao nhiêu phần trăm so với năm 2019 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

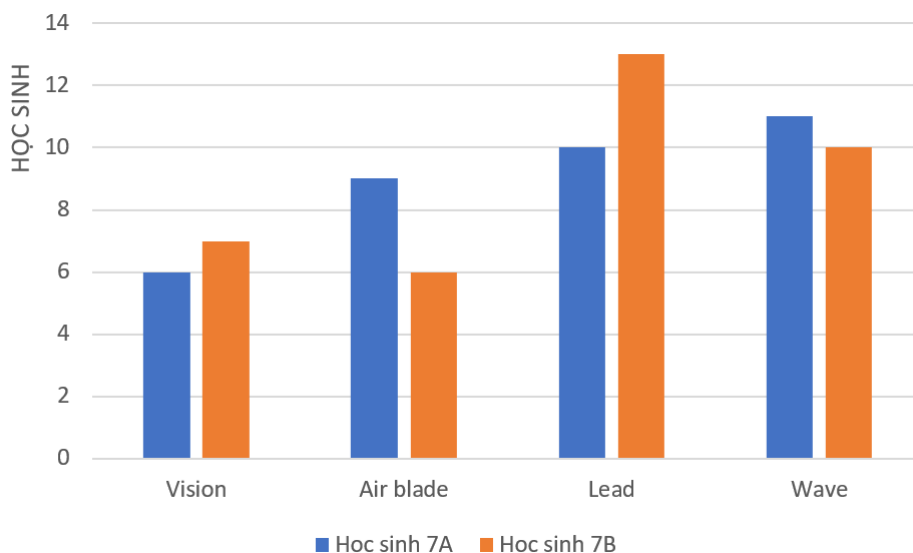
**Bài tập 5.** Biểu đồ hình dưới biểu diễn lượng mưa tại trạm khí tượng Huế trong sáu tháng cuối năm dương lịch.



- a) Nêu đối tượng thống kê và tiêu chí thống kê.
- b) Lập bảng số liệu thống kê lượng mưa tại trạm khí tượng Huế theo mẫu sau:

Tháng	7	8	9	10	11	12
Lượng mưa (mm)						

**Bài tập 6.** Biểu đồ cột kép bên dưới biểu diễn số lượng học sinh lớp 7A và lớp 7B mà trong gia đình có bốn loại xe máy: Vision, Air Blade, Lead, Wave.

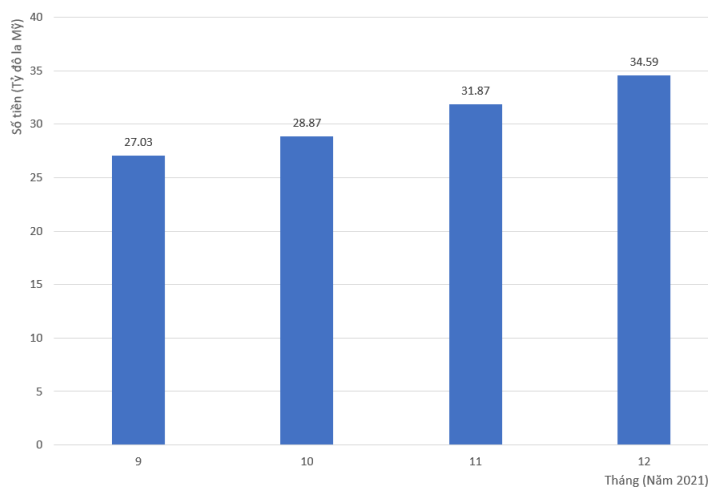


a) Lập bảng số liệu thống kê số lượng học sinh lớp 7A và 7B mà trong gia đình có xe máy theo mẫu sau:

Loại xe	Vision	Air Blade	Lead	Wave
Lớp 7A				
Lớp 7B				

b) Số học sinh mà gia đình có xe Vision của hai lớp 7A và 7B chiếm bao nhiêu phần trăm so với tổng số học sinh của hai lớp đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Bài tập 7.** Biểu đồ cột bên dưới biểu diễn kim ngạch xuất khẩu hàng hoá của Việt Nam trong 4 tháng cuối năm 2021: tháng 9, tháng 10, tháng 11, tháng 12.



a) Kim ngạch xuất khẩu hàng hoá tháng 11 năm 2021 tăng bao nhiêu phần trăm so với tháng 10 năm 2021.

b) Kim ngạch xuất khẩu hàng hoá tháng 12 năm 2021 tăng bao nhiêu phần trăm so với tháng 11 năm 2021.

**Bài tập 8.** Theo thông tư 22/2021/TT-BGDĐT, kết quả học tập của học sinh trong học kì I được đánh giá theo một trong bốn mức: Tốt, Khá, Đạt, Chưa đạt, trong đó được đánh giá mức Tốt khi đạt cả ba tiêu chí:

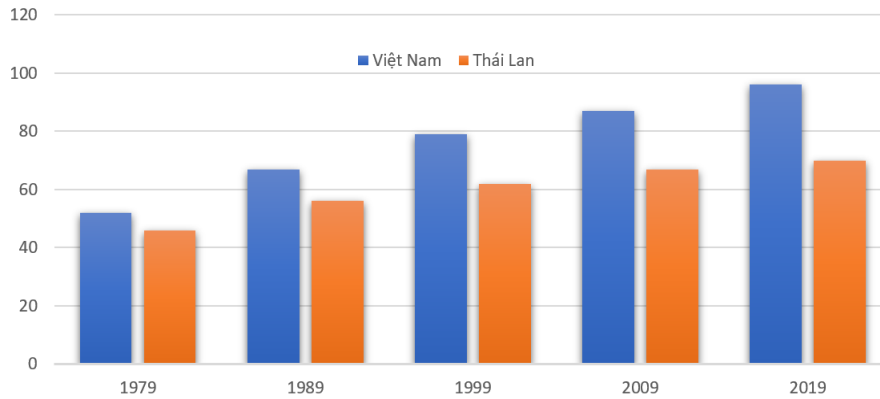
- Tất cả các môn học đánh giá bằng nhận xét được đánh giá mức Đạt.
- Tất cả các môn học đánh giá bằng nhận xét kết hợp đánh giá bằng điểm số có điểm trung bình môn ở Học kì I từ 6,5 điểm trở lên.
- Trong các môn học đánh giá bằng nhận xét kết hợp đánh giá bằng điểm số, có ít nhất 6 môn học có điểm trung bình học kì I đạt điểm từ 8,0 trở lên (viết tắt là  $\text{ĐTB}_{mHKI} \geq 8$ ).

Học sinh khối 7 của một trường THCS đã học 10 môn học trong HK1, trong đó có 8 môn học được đánh giá bằng nhận xét kết hợp đánh giá bằng điểm số. Tất cả các học sinh của lớp 7A đều đạt tiêu chí (1) và (2). Giáo viên chủ nhiệm lớp 7A thống kê số lượng môn học có  $\text{ĐTB}_{mHKI} \geq 8$  ở lần lượt mỗi học sinh trong lớp (mỗi học sinh được tính đúng một lần) như sau:

<b>Số môn học có <math>ĐTB_{mHKL} \geq 8</math></b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Số học sinh</b>	0	2	5	7	8	6	4	3	5

- a) Lớp 7A có tất cả bao nhiêu học sinh?
- b) Trong buổi sơ kết cuối học kì I, giáo viên chủ nhiệm lớp 7A thông báo: Tỷ lệ học sinh đạt kết quả học tập trong học kì I được đánh giá mức tốt là 30% so với cả lớp. Thông báo đó của giáo viên chủ nhiệm có đúng không?

**Bài tập 9.** Biểu đồ cột kép ở hình bên dưới biểu diễn dân số (ước tính) của Việt Nam và Thái Lan ở một số năm trong giai đoạn từ năm 1979 đến năm 2019.



- a) Hoàn thành bảng số liệu sau:

Năm	1979	1999	2009	2019
Dân số Việt Nam (triệu người)				
Dân số Thái Lan (triệu người)				
Tỉ số của dân số Việt Nam và dân số Thái Lan				

- b) Trong các năm trên, tỉ số của dân số Việt Nam và dân số Thái Lan lớn nhất ở năm nào?

### 5.3 Biểu đồ hình quạt tròn

#### 5.3.1 Quy tắc biểu đồ

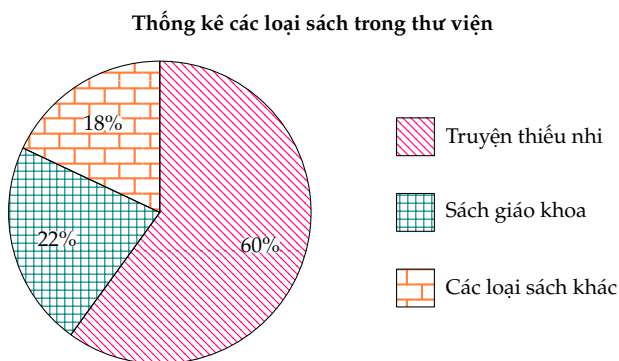
**Quy tắc 5.1.**

- Người ta quy ước nguyên hình tròn tương ứng với 100%, dựa vào tỷ lệ % của đối tượng biểu diễn phần diện tích tương ứng trên hình tròn.
- Dựa trên việc biểu diễn dữ liệu bằng biểu đồ hình quạt tròn, ta có thể phân tích và xử lý các dữ liệu đó để tìm ra những thông tin hữu ích và rút ra kết luận.

#### 5.3.2 Bài tập

**TRẮC NGHIỆM**

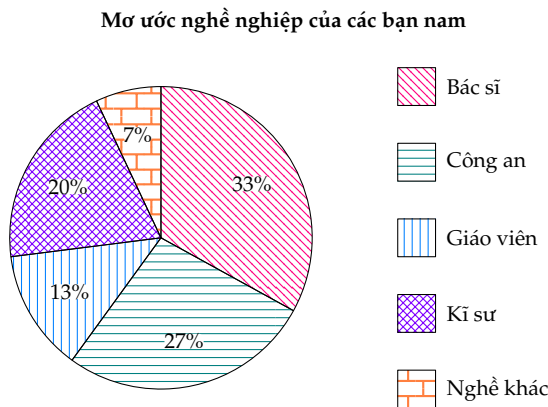
**Câu 1.** Biểu đồ dưới đây thống kê các loại sách trong thư viện của một trường THCS.



Biết rằng tổng số sách trong thư viện là 7500 cuốn, số sách giáo khoa là

- A. 1350 cuốn sách.      B. 1650 cuốn sách.      C. 4500 cuốn sách.      D. Một kết quả khác.

**Câu 2.** Kết quả khảo sát về mơ ước nghề nghiệp 1800 bạn học sinh nam khối 7 của thành phố A được cho trên biểu đồ hình quạt sau.



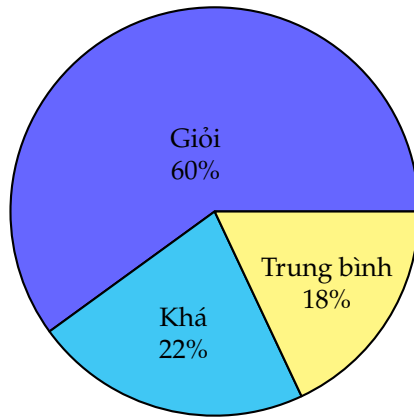
Em hãy cho biết có bao nhiêu bạn mơ ước làm kĩ sư?

- A. 594 học sinh.      B. 486 học sinh.      C. 360 học sinh.      D. 234 học sinh.

**BÀI TẬP**

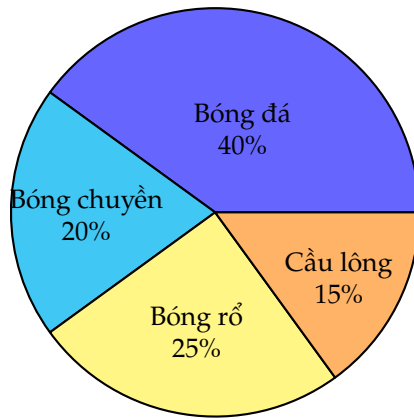
#### A. Đọc số liệu từ biểu đồ hình quạt tròn

**Bài tập 1.** Biểu đồ hình quạt tròn hình bên biểu diễn kết quả phân loại học tập (tính theo tỉ số phần trăm) của 180 học sinh khối 7 ở một trường THCS.



- a) Có bao nhiêu phần trăm số học sinh ở mức Tốt? Khá? Đạt?
- b) Tổng ba tỉ số phần trăm ghi ở ba hình quạt tròn là bao nhiêu?

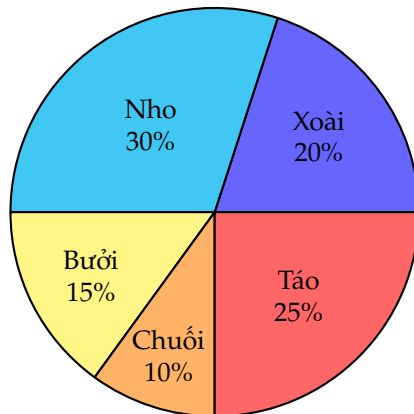
**Bài tập 2.** Biểu đồ hình quạt tròn ở hình bên biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) chọn môn thể thao yêu thích nhất trong bốn môn: Bóng đá, cầu lông, bóng rổ, bóng chuyền của 180 học sinh khối 7 ở một trường THCS.



- Có bao nhiêu phần trăm học sinh thích tham gia lần lượt các môn: Bóng đá, cầu lông, bóng rổ, bóng chuyền?
- Số học sinh chọn môn Cầu lông và Bóng rổ chiếm bao nhiêu phần trăm? Số học sinh chọn môn Bóng đá gấp bao nhiêu lần số HS chọn môn Bóng chuyền?

**Bài tập 3.** Các thành phần của một chai nước ép hoa quả (tính theo tỉ số phần trăm) như sau: Cam 60%, táo 30%, cà rốt 10%. Vẽ biểu đồ hình quạt thể hiện các thành phần của chai nước ép hoa quả trên.

**Bài tập 4.** Biểu đồ hình quạt tròn bên dưới biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) chọn loại quả yêu thích nhất trong năm loại: Táo, chuối, bưởi, nho, xoài của 300 học sinh khối 7 ở một trường THCS. Mỗi học sinh chỉ được chọn một loại quả khi hỏi ý kiến.



- a) Lập bảng số liệu thống kê tỉ lệ học sinh yêu thích mỗi loại quả theo mẫu

Loại quả	Táo	Chuối	Bưởi	Nho	Xoài
Tỉ lệ HS(%)	?	?	?	?	?

b) Lập bảng số liệu thống kê số học sinh yêu thích mỗi loại quả theo mẫu sau:

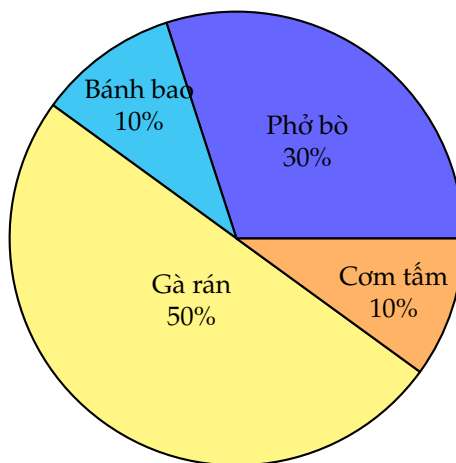
Loại quả	Táo	Chuối	Bưởi	Nho	Xoài
Số HS	?	?	?	?	?

**Bài tập 5.** Một biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn các thành phần dinh dưỡng có trong một loại thực phẩm (tính theo tỉ số phần trăm), trong đó có 40% tinh bột,  $x\%$  vitamin và khoáng chất;  $2x\%$  chất béo và  $9x\%$  chất đạm.

- a) Tính giá trị của  $x$ .
- b) Tính tỉ số phần trăm của lượng mỗi thành phần dinh dưỡng so với tổng lượng các chất dinh dưỡng có trong loại thực phẩm trên.
- c) Giả sử loại thực phẩm trên chứa 120 g tinh bột. Hoàn thành số liệu ở bảng sau:

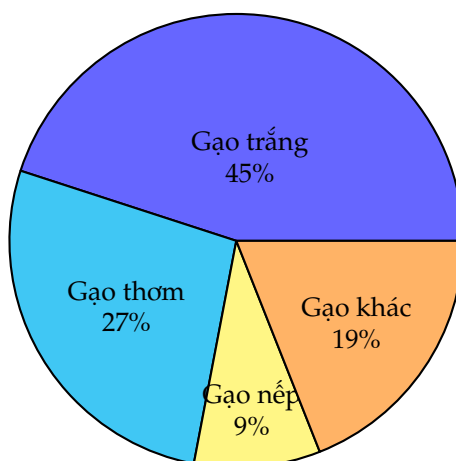
Thành phần dinh dưỡng	Tinh bột	Chất đạm	Chất béo	Vitamin và khoáng chất
Khối lượng (g)	?	?	?	?

**Bài tập 6.** Biểu đồ hình quạt tròn bên dưới biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) chọn món ăn yêu thích nhất trong bốn loại: Phở bò, cơm tấm, gà rán, bánh bao của học sinh lớp 7A ở một trường THCS. Mỗi học sinh chỉ được chọn một loại quả khi hỏi ý kiến.



- a) Món ăn nào được yêu thích nhất? Vì sao?
- b) Tính số học sinh thích lần lượt các món ăn: Phở bò, cơm tấm, gà rán, bánh ba. Biết rằng tổng số học sinh lớp 7A là 50 học sinh.

**Bài tập 7.** Biểu đồ hình quạt tròn bên dưới biểu diễn khối lượng xuất khẩu của mỗi loại gạo ở Việt Nam năm 2020. Biết tổng sản lượng gạo xuất khẩu là 6,15 triệu tấn.



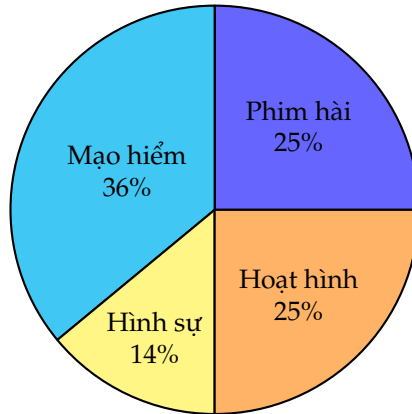
- a) Tính khối lượng gạo xuất khẩu trong năm 2020 của từng loại gạo: gạo trắng, gạo thơm, gạo nếp.

b) Tính khối lượng gạo trắng xuất khẩu nhiều hơn tổng khối lượng gạo thơm và gạo nếp xuất khẩu trong năm 2020.

**Bài tập 8.** Vẽ biểu đồ quạt tròn thống kê số tiết học các nội dung của môn Toán 7.

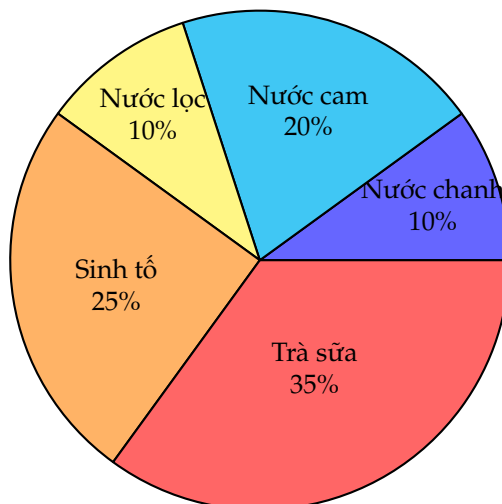
Nội dung	Số và đại số	Hình học và đo lường	TK và XS	THTN
Số tiết học	60	50	20	10

**Bài tập 9.** Cho biểu đồ sau về tỉ lệ phần trăm thể loại phim yêu thích của 80 em học sinh khối 7. Em hãy trả lời các câu hỏi bên dưới.



- a) Biểu đồ biểu diễn các thông tin về thể loại phim yêu thích của bao nhiêu học sinh khối 7.
- b) Có mấy thể loại phim được học sinh chọn.
- c) Phim có tỉ lệ yêu thích cao nhất.
- d) Phim có tỉ lệ yêu thích thấp nhất.
- e) Hai thể loại phim được học sinh yêu thích tương đương nhau.

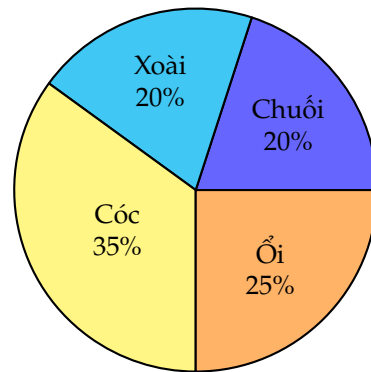
**Bài tập 10.** Biểu đồ bên dưới thể hiện tỉ lệ phần trăm loại nước uống yêu thích của học sinh lớp 7A.



a) Hãy phân tích dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

**Bài tập 11.** Biểu đồ bên dưới thể hiện tỉ lệ phần trăm loại trái cây yêu thích của học sinh lớp 7C. Sử dụng các thông tin từ biểu đồ sau để trả lời các câu hỏi dưới đây.

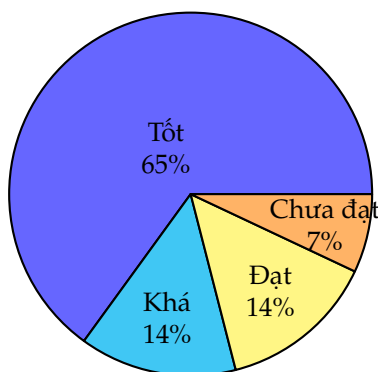
- a) Biểu đồ biểu diễn các thông tin về vấn đề gì?
- b) Có bao nhiêu đối tượng được biểu diễn?
- c) Tỉ lệ phần trăm của mỗi đối tượng so với toàn thể là bao nhiêu?



**Bài tập 12.** Hãy vẽ biểu đồ biểu diễn về tỉ lệ ngân sách cho các dự án bảo vệ môi trường của thành phố C dựa vào bảng số liệu sau.

Dự án	Tỉ lệ ngân sách
Xử lý chất thải sinh hoạt	50%
Xử lý chất thải công nghiệp và nguy hại	40%
Phương tiện thu gom và vận chuyển chất thải	10%

**Bài tập 13.** Hãy phân tích dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ về tỉ lệ phần trăm xếp loại hạnh kiểm của học sinh lớp 7F.



**Bài tập 14.** Thống kê về các loại lồng đèn mà các bạn học sinh lớp 7A đã làm được để trao tặng cho trẻ em khuyết tật nhân dịp Tết trung thu được cho trong bảng dữ liệu sau:

STT	Loại lồng đèn	Số lượng	Màu sắc
1	Con cá	5	Vàng
2	Thiên nga	3	Xanh
3	Con thỏ	4	Nâu
4	Ngôi sao	12	Đỏ
5	Đèn xếp	14	Cam

- a) Hãy phân loại các dữ liệu có trong bảng thống kê dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.
- b) Tính tổng số lồng đèn các loại mà các bạn lớp 7A đã làm được.

**Bài tập 15.** Phân loại các dữ liệu sau dựa vào tiêu chí định tính và định lượng.

- a) Danh sách một số loại trái cây: cam, xoài, mít, ...
- b) Khối lượng trung bình (tính theo g) của một số loại trái cây: 240, 320, 1200,...
- c) Màu sắc khi chín của một số loại trái cây: vàng, cam, đỏ,...
- d) Hàm lượng vitamin C trung bình (tính theo mg) có trong một số loại trái cây: 95, 52, 28,...

**Bài tập 16.** Kết quả tìm kiếm về khả năng tự nấu ăn của tất cả các học sinh lớp 7B được cho bởi bảng thống kê sau

Khả năng tự nấu ăn	Không đạt	Đạt	Giỏi	Xuất sắc
Số bạn tự đánh giá	20	10	6	4

**Bài tập 17.** Xét tính hợp lý của dữ liệu (bảng thống kê về tỉ lệ phần trăm các loại sách trong tủ sách của lớp 7A1)

Loại sách	Tỉ lệ phần trăm
Sách tiểu sử danh nhân	20%
Sách truyện tranh	18%
Sách tham khảo	30%
Sách dạy kĩ năng sống	12%
Các loại sách khác	40%
Tổng	120%

**Bài tập 18.** Xét tính hợp lý của dữ liệu của các dữ liệu trong bảng thống kê sau (về số con vật được nuôi tại trang trại)

Loại con được yêu thích	Số lượng	Tỉ lệ phần trăm
Bò	173	48%
Lợn	144	40%
Gà	43	13%
Tổng	360	100%

**Bài tập 19.** Kết quả tìm hiểu về sở thích đối với mạng xã hội của 8 học sinh một trường THCS được cho bởi bảng thống kê sau

STT	Tuổi	Giới tính	Sở thích
1	13	Nam	Thích
2	14	Nam	Rất thích
3	14	Nữ	Không thích
4	12	Nữ	Thích
5	14	Nam	Rất thích
6	14	Nữ	Không quan tâm
7	12	Nam	Không thích
8	13	Nữ	Không quan tâm

Hãy cho biết:

- a) Các loại mức độ thể hiện sự yêu thích đối với mạng xã hội của 8 học sinh trên.
- b) Có bao nhiêu học sinh nam, bao nhiêu học sinh nữ được điều tra?
- c) Độ tuổi trung bình của các bạn được điều tra.
- d) Dữ liệu nào là định tính? Dữ liệu nào là định lượng?

**Bài tập 20.** Phân loại các dữ liệu sau dựa trên các tiêu chí định tính và định lượng.

- a) Thời gian chạy 100m (tính theo giây) của các học sinh lớp 7: 17; 16; 18; ...
- b) Các loại huy chương đã trao: vàng, bạc, đồng.
- c) Tổng số huy chương của một đoàn: 24; 18; 9; ...

**Bài tập 21.** Kết quả tìm hiểu về khả năng tự nấu ăn của các bạn học sinh 7B được cho bởi bảng thống kê

Khả năng tự nấu ăn	Không đạt	Đạt	Giỏi	Xuất sắc
Số bạn nữ tự đánh giá	2	10	5	3

- a) Hãy phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên tiêu chí định tính và định lượng.
- b) Dữ liệu trên có đại diện được cho khả năng tự nấu ăn của các bạn học sinh lớp 7B hay không?

**Bài tập 22.** Kết quả tìm hiểu về khả năng bơi lội của các bạn nam sinh 7C được cho bởi bảng thống kê

Khả năng bơi	Chưa biết bơi	Biết bơi	Bơi giỏi
Số bạn nam	5	8	4

- a) Hãy phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên tiêu chí định tính và định lượng.
- b) Dữ liệu trên có đại diện được cho khả năng bơi lội của các bạn học sinh lớp 7C hay không?

**Bài tập 23.** Tìm điểm chưa hợp lý của dữ liệu cho bởi bảng thống kê sau về Tỉ lệ phần trăm các loại sách trong tủ sách của lớp 7C

Loại sách	Tỉ lệ phần trăm
Sách giáo khoa	30%
Sách tham khảo	20%
Sách truyện	38%
Các loại sách khác	14%
Tổng	100%

**Bài tập 24.** Xét tính hợp lý của dữ liệu trong bảng thống kê về Số cây được trồng trong nhà vườn C sau đây

Loại cây được trồng	Số lượng	Tỉ lệ phần trăm
Sầu riêng	50	15%
Mãng cụt	150	28%
Chôm chôm	200	50%
Tổng	400	103%

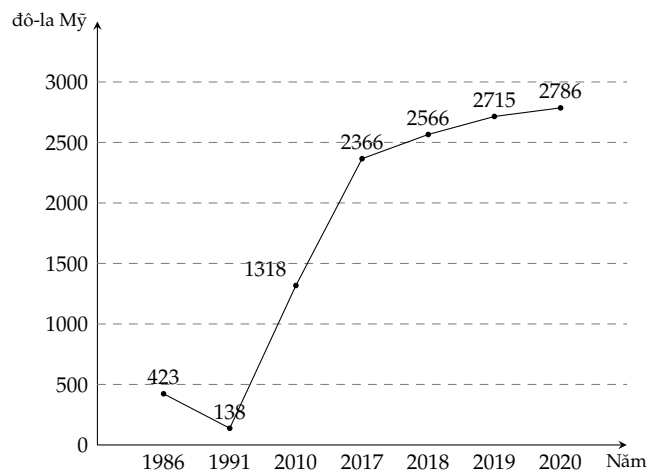
## 5.4 Biểu đồ đoạn thẳng

### 5.4.1 Quy tắc biểu đồ đoạn thẳng

Quy tắc 5.2. Biểu đồ đoạn thẳng có các yếu tố sau

- Trục nằm ngang biểu diễn các đối tượng thống kê.
- Trục thẳng đứng biểu diễn tiêu chí thống kê và trên trục đó đã xác định độ dài đơn vị thống kê.
- Biểu đồ đoạn thẳng là đường gấp khúc nối từng điểm liên tiếp bằng các đoạn thẳng.
- Mỗi điểm đầu mút của các đoạn thẳng trong đường gấp khúc được xác định bởi một đối tượng thống kê và số liệu thống kê theo tiêu chí của đối tượng đó.

Biểu đồ biểu diễn thu nhập bình quân đầu người/ năm của Việt Nam (tính theo đô la Mỹ) ở một số năm trong giai đoạn từ năm 1986 đến năm 2020.



Quan sát biểu đồ trên và cho biết

- Đối tượng thống kê là gì và được biểu diễn trên trục nào;
- Tiêu chí thống kê là gì và được biểu diễn trên trục nào;
- Mỗi điểm đầu mút của các đoạn thẳng trong đường gấp khúc được xác định như thế nào.

Biểu đồ thống kê ở hình trên gọi là biểu đồ đoạn thẳng.

Chẳng hạn với biểu đồ đoạn thẳng trên ta có

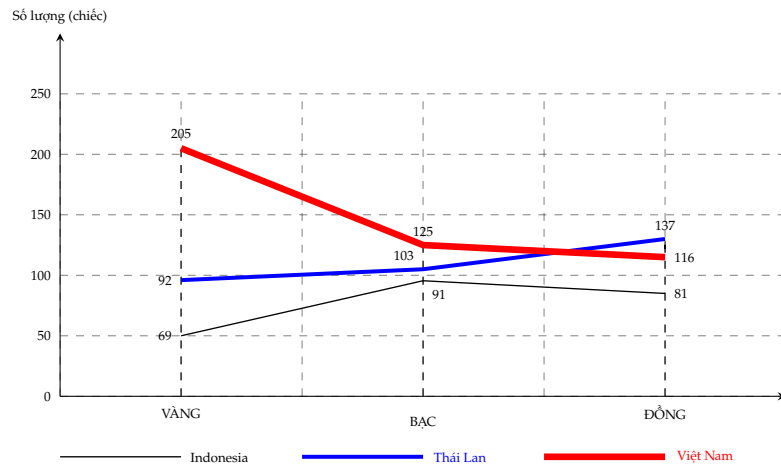
- Trục nằm ngang biểu diễn các đối tượng thống kê là các năm: 1986, 1991, 2010, 2017, 2018, 2019, 2020.
- Trục thẳng đứng biểu diễn tiêu chí thống kê là thu nhập bình quân đầu người/ năm của Việt Nam (tính theo đô la Mỹ) trong những năm nêu trên.
- Đường gấp khúc gồm các đoạn thẳng nối liền liên tiếp 7 điểm. Mỗi điểm được xác định bởi năm thống kê và thu nhập bình quân đầu người/năm của Việt Nam trong năm đó.

### 5.4.2 Bài tập

**TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Quan sát biểu đồ bên dưới và cho biết trong ba đội, đội nào được nhiều huy chương vàng nhất?

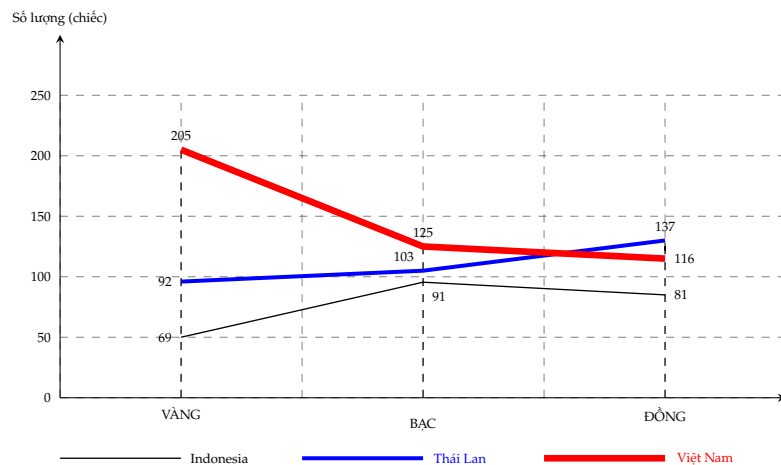
BIỂU ĐỒ TỔNG SẮP HUY CHƯƠNG SEAGAME 31 CỦA BA ĐỘI



- A. Thái Lan.      B. Indonesia.      C. Việt Nam.      D. Malaysia.

Câu 2. Quan sát biểu đồ hình dưới và cho biết đội Việt Nam nhiều hơn đội Thái Lan bao nhiêu huy chương vàng?

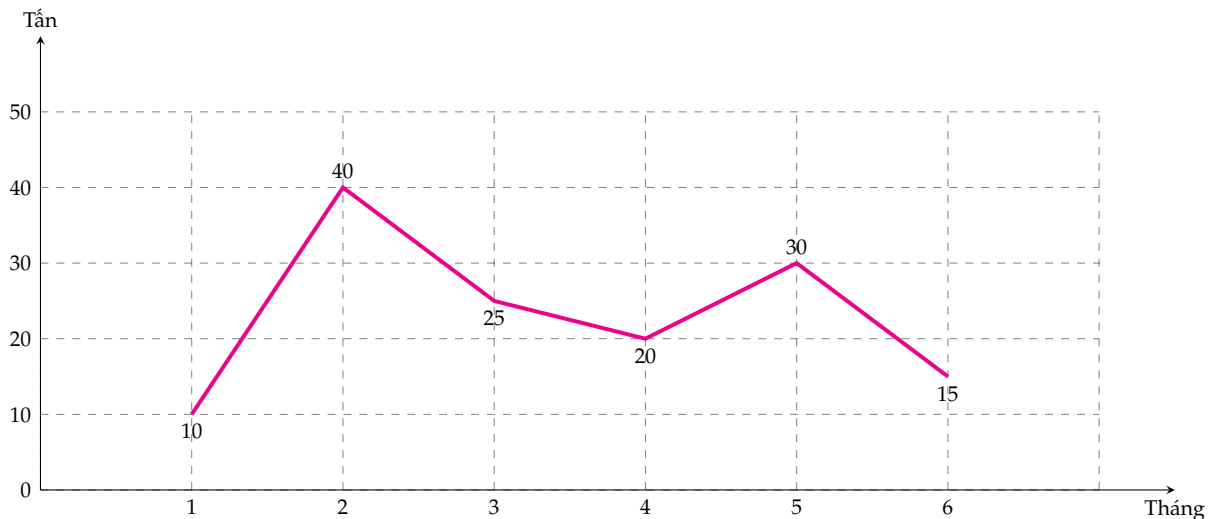
BIỂU ĐỒ TỔNG SẮP HUY CHƯƠNG SEAGAME 31 CỦA BA ĐỘI



- A. 23.      B. 68.      C. 136.      D. 113.

Câu 3. Quan sát biểu đồ khối lượng táo bán được trong 6 tháng đầu năm 2020 của một hệ thống siêu thị và cho biết tháng 2 siêu thị bán nhiều hơn tháng 1 bao nhiêu tấn táo?

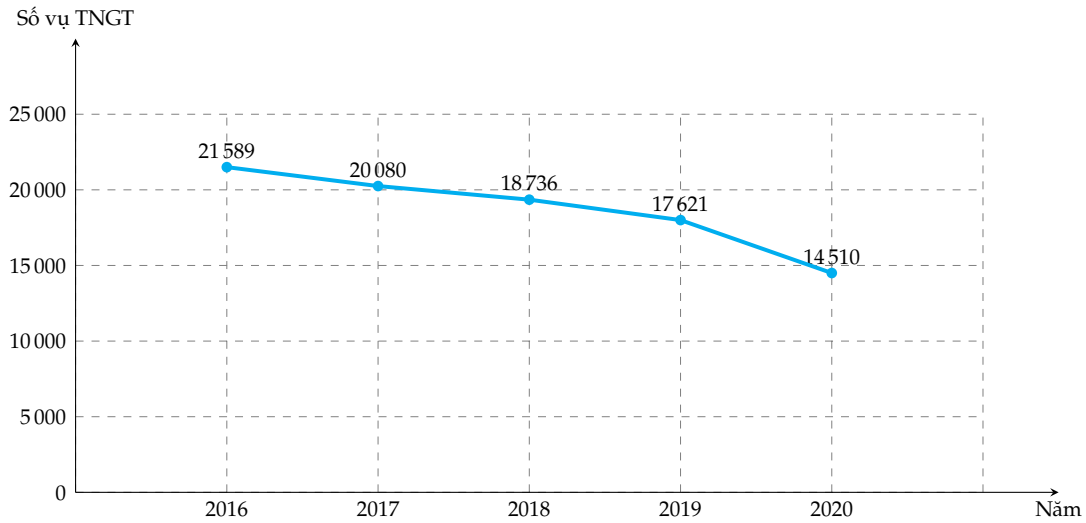
BIỂU ĐỒ KHỐI LƯỢNG TÁO BÁN ĐƯỢC TRONG 6 THÁNG ĐẦU NĂM 2020



- A. 10 tấn.      B. 15 tấn.      C. 30 tấn.      D. 20 tấn.

**Câu 4.** Quan sát biểu đồ hình bên cho biết số vụ TNGT năm 2020 giảm bao nhiêu phần trăm so với năm 2019 (làm tròn đến hàng phần mười).

**BIỂU ĐỒ BIỂU DIỄN SỐ VỤ TNGT Ở NƯỚC TA**



- A. 17%.                                      B. 17,7%.                                      C. 18,7%.                                      D. 82,3%.

↔ BÀI TẬP ↔

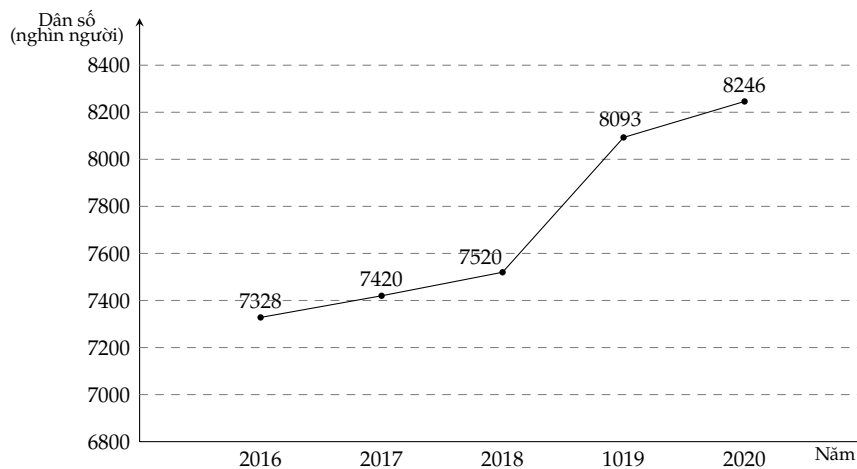
**A. Đọc số liệu biểu đồ đoạn thẳng**

**Bài tập 1.** Để bố trí đội ngũ nhân viên phục vụ, quản lí của một cửa hàng tiến hành đếm số lượt khách đến cửa hàng vào một số thời điểm trong ngày. Kết quả kiểm đếm được cho trong bảng sau

Thời điểm	9	11	13	15	17
Số lượt khách	30	50	20	25	45

- a) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số lượt khách đến cửa hàng đó vào những thời điểm đã nêu trên.  
 b) Nêu một số dạng biểu diễn của một tập dữ liệu.

**Bài tập 2.** Biểu đồ đoạn thẳng hình dưới biểu diễn dân số của Thủ đô Hà Nội từ năm 2016 đến năm 2020 như sau

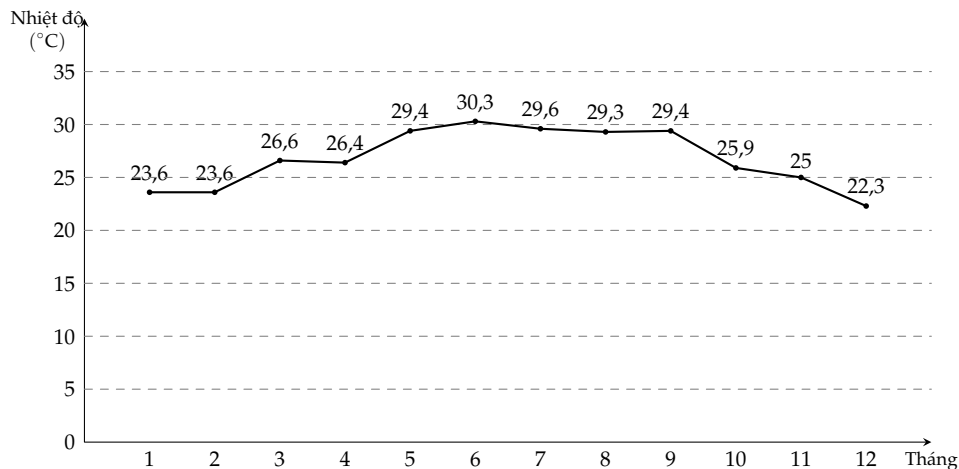


Lập bảng số liệu thống kê theo mẫu sau

Năm	2016	2017	2018	2019	2020
Dân số (nghìn người)	?	?	?	?	?

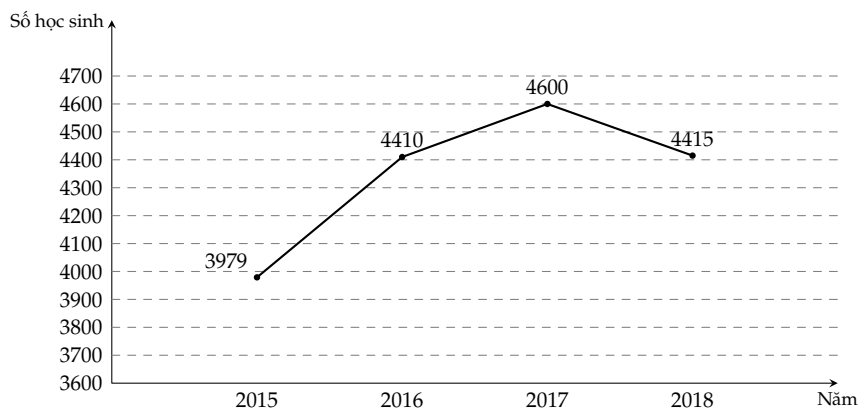
**B. Phân tích và xử lí dữ liệu**

**Bài tập 3.** Biểu đồ đoạn thẳng bên dưới biểu diễn nhiệt độ của các tháng trong năm 2020 tại Thành Phố Đà Nẵng.



- Nêu nhiệt độ vào tháng 1, tháng 9, tháng 12 .
- Tháng nào có nhiệt độ thấp nhất? Tháng nào có nhiệt độ cao nhất?
- Nhận xét về sự thay đổi nhiệt độ từ tháng 4 đến tháng 6 và từ tháng 9 đến tháng 12.

**Bài tập 4.** Biểu đồ đoạn thẳng bên dưới biểu diễn số học sinh mẫu giáo ở nước ta trong giai đoạn từ năm 2015 đến năm 2018.



a) Lập bảng số liệu thống kê số học sinh mẫu giáo của nước ta theo mẫu sau

Năm	2015	2016	2017	2018
Số học sinh (nghìn học sinh)	?	?	?	?

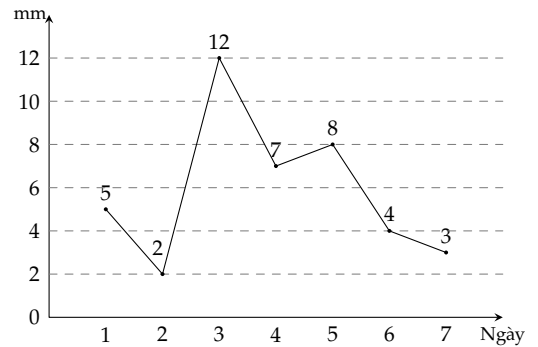
- b) Trong giai đoạn từ năm 2015 đến năm 2018, năm nào có số học sinh mẫu giáo nhiều nhất.
- c) Số học sinh mẫu giáo năm 2018 giảm bao nhiêu phần trăm so với năm 2017 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?
- d) Nhận xét về số học sinh mẫu giáo ở nước ta trong giai đoạn từ năm 2015 đến năm 2018.

**Bài tập 5.** Bảng dữ liệu sau cho biết số cá bắt được khi cất vó trong mỗi giờ từ 7 giờ đến 12 giờ của bạn Cát. Em hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng dữ liệu này

Số cá bắt được khi cất vó từ 7 giờ đến 12 giờ của bạn Cát	
Giờ cất vó	Số cá (con)
7 giờ	8
8 giờ	6
9 giờ	3
10 giờ	10
11 giờ	7
12 giờ	9

**Bài tập 6.** Cho biểu đồ đoạn thẳng lượng mưa 7 ngày đầu của tháng 6 năm 2019 tại Dak Lak. Phân tích biểu đồ đoạn thẳng trên như sau

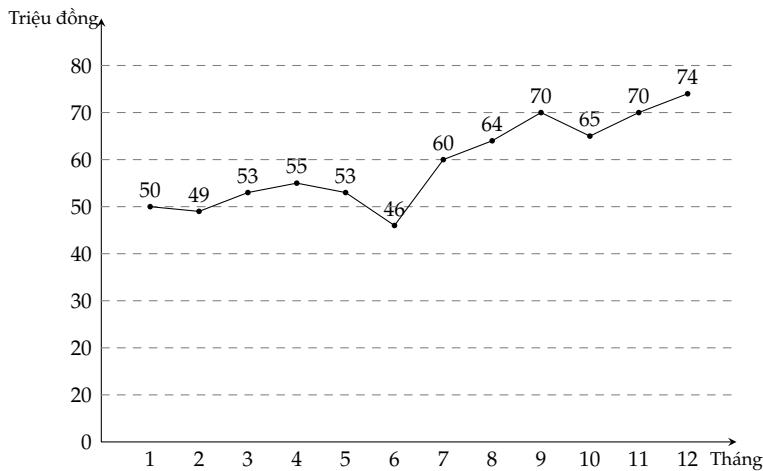
- a) Biểu đồ biểu diễn thông tin về lượng mưa tại tỉnh Đắk Lắk trong 7 ngày đầu tháng 6 năm 2019.
- b) Đơn vị thời gian là ngày, đơn vị số liệu là mm.
- c) Ngày 3 tháng 6 lượng mưa cao nhất (12 mm).
- d) Ngày 2 tháng 6 lượng mưa thấp nhất (2 mm).
- e) Lượng mưa giảm giữa các ngày 1 – 2; 3 – 4; 5 – 6; 6 – 7.
- f) Lượng mưa tăng giữa các ngày 2 – 3; 4 – 5.



**Bài tập 7.** Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu của bảng thống kê sau

Số học sinh lớp 7A đạt điểm tốt môn Toán trong 3 tháng	
Tháng	Số học sinh
9 giờ	8
10 giờ	6
11 giờ	11

**Bài tập 8.** Quan sát biểu đồ dưới đây và trả lời câu hỏi

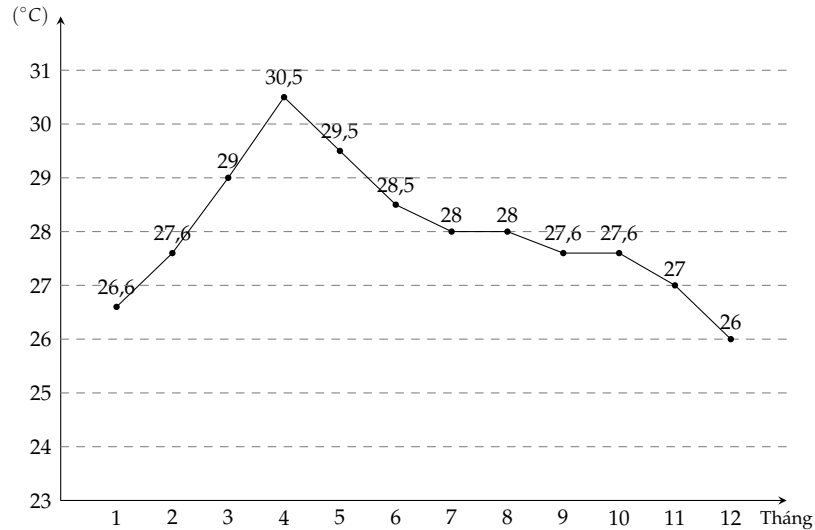


- a) Biểu đồ biểu diễn các thông tin về vấn đề gì?
- b) Đơn vị thời gian là gì?
- c) Tháng nào của cửa hàng có doanh thu cao nhất?
- d) Tháng nào của cửa hàng có doanh thu thấp nhất?
- e) Doanh thu của cửa hàng tăng trong những khoảng thời gian nào?
- f) Doanh thu của cửa hàng giảm trong những khoảng thời gian nào?

**Bài tập 9.** Bảng thống kê dưới đây biểu diễn dữ liệu về chi tiêu của gia đình bạn Lan. Em hãy phân loại dữ liệu dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.

Mục chi tiêu	Liệt kê chi tiết	Tỉ lệ phần trăm
Chi tiêu thiết yếu	Ăn, ở, đi lại, hoá đơn tiện ích	50%
Chi tiêu tại chính	Trả nợ, tiết kiệm, dự phòng	20%
Chi tiêu cá nhân	Du lịch, giải trí, mua sắm	30%

**Bài tập 10.** Hãy phân tích biểu đồ đoạn thẳng sau



**Bài tập 11.** Bảng dữ liệu sau cho biết số ổ bánh mì bán được tại căng tin trường Phạm Văn Hai vào các ngày trong 1 tuần. Em hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu này

Ngày	Số ổ bánh mì được bán tại căng tin
Thứ hai	40
Thứ ba	20
Thứ tư	50
Thứ năm	25
Thứ sáu	60

**Bài tập 12.** Thống kê điểm kiểm tra môn toán của 10 học sinh giỏi toán của lớp 7B, ta được dãy số liệu sau 8; 8; 8; 8,5; 9; 9; 9; 9,5; 10; 10. Dữ liệu trên có đại diện cho kết quả kiểm tra môn toán của học sinh lớp 7B hay không?

# Chương 6

## Các đại lượng tỷ lệ

### 6.1 Tỷ lệ thức

#### 6.1.1 Khái niệm

**Định nghĩa 6.1.**

- Tỷ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{Q}; b, d \neq 0$ ).
- Ta còn viết  $a : b = c : d$ . Hơn nữa,  $a, d$  là các số hạng ngoài được gọi là các ngoại tỉ;  $b, c$  là các số hạng trong được gọi là trung tỉ.

**Tính chất 6.1.**

- Nếu  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì  $ad = bc$ .
- Nếu  $ad = bc$  và  $a, b, c, d \neq 0$  thì ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{d}{c} = \frac{b}{a}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \frac{d}{b} = \frac{c}{a}.$$

#### 6.1.2 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Nếu  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì

- A.  $a \cdot d = c \cdot b$ .                      B.  $a \cdot c = b \cdot d$ .                      C.  $b = c$ .                                      D.  $a = c$ .

**Câu 2.** Nếu  $a \cdot d = c \cdot b$  và  $a, b, c, d$  đều khác 0 thì tỉ lệ thức nào sau đây sai

- A.  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ .                                  B.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .                                  C.  $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ .                                  D.  $\frac{c}{b} = \frac{d}{a}$ .

**Câu 3.** Từ đẳng thức  $2 \cdot 15 = 6 \cdot 5$  lập được tỉ lệ thức nào sau đây.

- A.  $\frac{2}{6} = \frac{5}{15}$ .                                  B.  $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ .                                  C.  $\frac{2}{15} = \frac{5}{6}$ .                                  D.  $\frac{5}{6} = \frac{15}{2}$ .

**Câu 4.** Từ đẳng thức  $\frac{4}{-5,12} = \frac{2,5}{-3,2}$  lập được tỉ lệ thức nào sau đây.

- A.  $\frac{-3,2}{-5,12} = \frac{2,5}{-20}$ .                                  B.  $\frac{-5,12}{-20} = \frac{2,5}{-3,2}$ .                                  C.  $\frac{2,5}{-5,12} = \frac{-2,1}{-3,2}$ .                                  D.  $\frac{-5,12}{2,5} = \frac{-2,1}{-3,2}$ .

**Câu 5.** Các tỉ số sau đây có lập thành tỉ lệ thức.

- A.  $\frac{1}{3}$  và  $\frac{4}{5}$ .                                      B.  $\frac{1}{3}$  và  $\frac{2}{6}$ .                                      C.  $\frac{2}{6}$  và  $\frac{4}{5}$ .                                      D.  $\frac{2}{6}$  và  $\frac{4}{3}$ .

#### BÀI TẬP

**A. Nhận biết tỉ lệ thức và các tính chất của tỉ lệ thức.**

**Bài tập 1.** Viết phép chia sau về dạng phân số  $3,5 : 7,2$ .

**Bài tập 2.** Từ các tỉ lệ thức sau, hãy biến đổi thành các tỉ lệ thức khác  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ .

**Bài tập 3.** Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên

- a)  $1,2 : 3,24$ ;                      b)  $2,04 : (-3,12)$ ;                      c)  $2\frac{1}{5} : \frac{3}{4}$ ;                      d)  $\left(-1\frac{1}{2}\right) : 1,25$ ;  
 e)  $4 : 5\frac{3}{4}$ ;                      f)  $\frac{2}{7} : 0,42$ ;                      g)  $10\frac{3}{7} : 5\frac{3}{14}$ ;                      h)  $3\frac{1}{4} : 5\frac{4}{7}$ .

**Bài tập 4.** Từ các tỉ lệ thức sau, hãy biến đổi thành các tỉ lệ thức khác

- a)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ;                      b)  $\frac{x}{y} = \frac{z}{t}$ ;                      c)  $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ ;                      d)  $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$ ;  
 e)  $\frac{15}{21} = \frac{40}{56}$ ;                      f)  $\frac{18}{27} = \frac{24}{36}$ ;                      g)  $\frac{x}{7} = \frac{y}{13}$ ;                      h)  $\frac{z}{5} = \frac{t}{7}$ ;  
 i)  $\frac{-15}{5,1} = \frac{-35}{11,9}$ ;                      j)  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ ;                      k)  $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$ ;                      l)  $\frac{MN}{PQ} = \frac{2}{3}$ .

**Bài tập 5.** Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ các đẳng thức

- a)  $4.5 = 2.10$ ;                      b)  $6.63 = 9.42$ ;                      c)  $14.15 = 10.21$ ;                      d)  $a.b = c.d$ ;  
 e)  $m.n = g.h$ ;                      f)  $x.y = z.t$ ;                      g)  $0,24.1,61 = 0,84.0,46$ ;                      h)  $0,05.36 = 1,5.1,2$ ;  
 i)  $AB.CD = 2.3$ ;                      j)  $AB.CD = EF.GH$ ;                      k)  $5.GH = 4.7$ ;                      l)  $4.AB = 5.MN$ .

**Bài tập 6.** Từ các tỉ số sau đây có lập được tỉ lệ thức không?

- a)  $3,5 : 5,25$  và  $14 : 21$ ;                      b)  $39\frac{3}{10} : 52\frac{2}{5}$  và  $2,1 : 3,5$ ;                      c)  $6,51 : 15,19$  và  $3 : 7$ ;                      d)  $-7 : 4\frac{2}{3}$  và  $0,9 : (-0,5)$ .

**Bài tập 7.** Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau:  $1,5; 2; 3,6; 4,8$ .

## B. Tìm x (giải phương trình)

**Ví dụ 13.** Tìm x biết  $\frac{x}{2} = \frac{3}{4}$ .

**Bài tập 8.** Tìm x, biết

- a)  $\frac{x}{6} = \frac{8}{3}$ ;                      b)  $\frac{x}{6} = \frac{7}{4}$ ;                      c)  $\frac{x}{8} = \frac{5}{-4}$ ;                      d)  $\frac{x}{3} = \frac{5}{24}$ ;  
 e)  $\frac{3}{x} = \frac{21}{17}$ ;                      f)  $\frac{x}{25} = \frac{3}{5}$ ;                      g)  $\frac{125}{x} = \frac{25}{3}$ ;                      h)  $\frac{-3}{x} = \frac{15}{7}$ ;  
 i)  $\frac{x}{-16} = \frac{15}{20}$ ;                      j)  $\frac{0,1}{5} = \frac{x}{15}$ ;                      k)  $\frac{x}{27} = \frac{-2}{3,6}$ ;                      l)  $\frac{21}{14} = \frac{33}{x}$ .

**Bài tập 9.** Tìm x, biết

- a)  $\frac{x-2}{3} = \frac{4}{5}$ ;                      b)  $\frac{x+3}{-4} = \frac{5}{20}$ ;                      c)  $\frac{3}{x-1} = \frac{21}{16}$ ;                      d)  $\frac{x-1}{x-5} = \frac{6}{7}$ ;  
 e)  $\frac{2x-3}{x+1} = \frac{4}{7}$ ;                      f)  $\frac{x-1}{3} = \frac{x+3}{5}$ ;                      g)  $\frac{2x+3}{7} = \frac{4x-1}{15}$ ;                      h)  $\frac{3}{7} = \frac{2x+1}{3x+5}$ ;  
 i)  $\frac{2x+3}{24} = \frac{3x-1}{32}$ ;                      j)  $\frac{11x-2}{7x+5} = \frac{11}{8}$ ;                      k)  $\frac{6x-5}{-7} = \frac{5x-3}{-5}$ ;                      l)  $\frac{12-7x}{-13} = \frac{4-3x}{-5}$ .

## 6.2 Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

### 6.2.1 Tính chất

**Định lý 6.1.** Cho tỉ lệ thức  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , ta có suy ra

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ .
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$ .

**Lưu ý 6.1.** Khi ta nói “Các số  $x; y$  tỉ lệ với các số  $a; b$ ” hoặc viết  $x : y = a : b$ , tức là ta có dãy tỉ số  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$  ( $a; b \neq 0$ ); và có thể mở rộng cho hai bộ nhiều số.

### 6.2.2 Bài tập

↻ TRẮC NGHIỆM ↻

**Câu 1.** Từ dãy tỉ số  $\frac{a}{5} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$ , ta có thể viết

- A.  $a : 3 = b : 5 = c : 7$ .      B.  $a : 5 = b : 3 = c : 7$ .      C.  $a : 7 = b : 5 = c : 3$ .      D.  $a : 3 = b : 7 = c : 5$ .

**Câu 2.** Gọi số đo ba góc của một tam giác là  $a, b, c$  tỉ lệ với 2; 3; 4. Ta có dãy tỉ số bằng nhau sau:

- A.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3}$ .      B.  $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{2}$ .      C.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ .      D.  $\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$ .

**Câu 3.** Gọi số đo ba cạnh của một tam giác là  $a, b, c$  tỉ lệ với 2; 3; 4. Ta có dãy tỉ số bằng nhau sau:

- A.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3}$ .      B.  $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{2}$ .      C.  $\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$ .      D.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ .

**Câu 4.** Nếu có dãy tỉ số bằng nhau  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$  thì điều nào sau đây là đúng?

- A.  $a : x = b : y = c : z$ .      B.  $a : y = b : x = c : z$ .      C.  $a : x = b : z = c : y$ .      D.  $a : z = b : x = c : y$ .

**Câu 5.** Nếu có dãy tỉ số bằng nhau  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$  thì điều nào sau đây là sai?

- A.  $a : x = b : y = c : z$ .      B.  $a : y = b : x = c : z$ .      C.  $a : x = c : z = b : y$ .      D.  $a : b : c = x : y : z$ .

↻ BÀI TẬP ↻

#### A. Tìm số chưa biết trong dãy tỉ số bằng nhau (có hai tỉ số).

**Lưu ý 6.2.** Để tìm số chưa biết trong dãy tỉ số bằng nhau, ta thường sử dụng “giá trị chung  $k$ ” theo các bước sau:

Bước 1. Gọi giá trị chung của các tỉ số trong dãy là  $k$ ;

Bước 2. Biểu diễn các số cần tìm theo  $k$ ;

Bước 3. Thay vào điều kiện còn lại mà đề bài đã cho để tìm  $k$ , từ đó suy ra các số cần tìm.

**Ví dụ 14.** Tìm  $x, y$  biết  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$  và  $x + y = 14$

**Bài tập 1.** Tìm  $x, y$  biết

- |  |   |   |
|--|---|---|
| a) $\frac{x}{6} = \frac{y}{3}$ và $x - y = 15$ ;   | b) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 16$ ;    | c) $\frac{x}{5} = \frac{y}{7}$ và $x + y = 48$ ;    |
| d) $\frac{x}{3} = \frac{y}{6}$ và $x + y = 90$ ;   | e) $\frac{x}{-2} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 12$ ;   | f) $\frac{x}{27} = \frac{y}{14}$ và $x - y = 39$ ;  |
| g) $\frac{x}{4} = \frac{y}{-7}$ và $x - y = 33$ ;  | h) $\frac{x}{5} = \frac{y}{6}$ và $y - 2x = -10$    | i) $\frac{x}{25} = \frac{y}{45}$ và $2x - y = 15$ ; |
| j) $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ và $2x + 5y = 32$ ; | k) $\frac{x}{-2} = \frac{y}{-3}$ và $4x - 3y = 9$ ; | l) $\frac{x}{3} = \frac{y}{16}$ và $3x - y = 35$ .  |

**Bài tập 2.** Tìm  $x, y$  biết

- a)  $2x = 3y$  và  $x + y = 10$ ;                      b)  $3x = 5y$  và  $x + y = 40$ ;                      c)  $3x = 4y$  và  $2x + 3y = 34$ ;  
 d)  $4x = 5y$  và  $3x - 2y = 35$ ;                      e)  $x : 2 = y : (-5)$  và  $x - y = 7$ ;                      f)  $\frac{x}{-3} = \frac{y}{-7}$  và  $2x + 4y = 68$ .

**B. Tìm số chưa biết trong dãy tỉ số bằng nhau (có ba tỉ số).**

**Bài tập 3.** Tìm  $x, y$  và  $z$  biết  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  và  $x + y + z = 18$ .

**Bài tập 4.** Tìm  $x, y$  và  $z$  biết

- a)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  và  $x + z = 18$ ;                      b)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7}$  và  $x - y = 2$ ;  
 c)  $\frac{x}{7} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  và  $y + z = 28$ ;                      d)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{-6} = \frac{z}{7}$  và  $y - z = 39$ ;  
 e)  $\frac{x}{12} = \frac{y}{13} = \frac{z}{15}$  và  $3x + 2y = 62$ ;                      f)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{-16} = \frac{z}{17}$  và  $3x - 2y = 47$ ;  
 g)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$  và  $3x - 2z = 15$ ;                      h)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-4}$  và  $3x - 2z = 28$ ;  
 i)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$  và  $2x - 3y = 100$ ;                      j)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6}$  và  $4y - 3x = 66$ ;  
 k)  $\frac{x}{-3} = \frac{y}{-5} = \frac{z}{-4}$  và  $3z - 2x = 36$ ;                      l)  $\frac{x}{1,2} = \frac{y}{1,3} = \frac{z}{1,4}$  và  $2x - y = 5,5$ .

**Bài tập 5.** Tìm  $x, y$  và  $z$  biết

- a)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7}$  và  $x - y + z = 36$ ;                      b)  $\frac{x}{7} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  và  $x + y + z = 28$ ;  
 c)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$  và  $x + y + z = 231$ ;                      d)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{-6} = \frac{z}{7}$  và  $x + y - z = 32$ ;  
 e)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-4}$  và  $x - y - z = 27$ ;                      f)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7}$  và  $x + 2y + z = 10$ ;  
 g)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$  và  $2x + 3y + 4z = 54$ ;                      h)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$  và  $2x - y - 3z = 12$ ;  
 i)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$  và  $5x - y + z = 48$ ;                      j)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6}$  và  $3x - 2y - 2z = 24$ ;  
 k)  $x = \frac{y}{6} = \frac{z}{3}$  và  $2x - 3y + 4z = -24$ ;                      l)  $\frac{x}{2} = y = \frac{z}{3}$  và  $3x - 2y + 4z = 16$ .

**Bài tập 6.** Tìm  $x, y, z$  biết

- a)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+3}{5}$  và  $x + y + z = 18$ ;                      b)  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$  và  $x + y + z = 30$ ;  
 c)  $\frac{x+5}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{5}$  và  $x + y + z = 24$ ;                      d)  $\frac{x-5}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-3}{5}$  và  $x + y + z = 36$ ;  
 e)  $\frac{x+11}{13} = \frac{y+12}{14} = \frac{z+13}{15}$  và  $x + y + z = 6$ ;                      f)  $\frac{x-3}{7} = \frac{y-5}{5} = \frac{z-7}{3}$  và  $x + y + z = 45$ ;  
 g)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$  và  $x - y + z = 22$ ;                      h)  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+7}{5}$  và  $x + y - z = 8$ .

**C. Tìm số chưa biết của dãy tỉ số bằng nhau (biểu thức bậc hai)**

**Ví dụ 15.** Tìm  $x, y$  biết  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$  và  $x^2 + y^2 = 100$ .

**Bài tập 7.** Tìm  $x, y$  biết

- a)  $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$  và  $xy = 12$ ;
- b)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$  và  $xy = 6$ ;
- c)  $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$  và  $xy = 20$ ;
- d)  $4x = -5y$  và  $xy = -80$ ;
- e)  $5x = 2y$  và  $x^3y^2 = 200$ ;
- f)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{4}$  và  $x^2y = 100$ ;
- g)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$  và  $x^2 - y^2 = 16$ ;
- h)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{-3}$  và  $x^2 + y^2 = 34$ ;
- i)  $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$  và  $x^2 - y^2 = -33$ ;
- j)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}$  và  $x^2 + y^2 = 58$ ;
- k)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$  và  $x^2 + y^2 = 25$ ;
- l)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$  và  $x^2 + y^2 = 400$ ;
- m)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$  và  $2x^2 + 3y^2 = 30$ ;
- n)  $2x = 3y$  và  $x^2 + y^2 = 52$ ;
- o)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$  và  $x^2 - y^2 = 1600$ .

**Bài tập 8.** Tìm  $x, y$  biết

- a)  $2x = 5y$  và  $x^3 + y^3 = 133$ ;
- b)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$  và  $x^3 + y^3 = 35$ ;
- c)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$  và  $x^3 + y^3 = -35$ ;
- d)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$  và  $x^3 - y^3 = 98$ ;
- e)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$  và  $2x^3 + 3y^3 = 78$ ;
- f)  $5x = 2y$  và  $x^3 + y^3 = 133$ ;
- g)  $3x = 2y$  và  $x^3 - y^3 = -19$ ;
- h)  $-2x = 3y$  và  $x^2y^3 = 72$ ;
- i)  $3x = 2y$  và  $2x^3 + 3y^3 = 97$ .

**Bài tập 9.** Tìm 3 số  $x, y, z$  tỉ lệ với 4, 5, 2 biết  $x - 5z = 12$ .

**D. Giải toán đồ liên quan đến tỉ lệ**

**Lưu ý 6.3.** Để giải các bài toán liên quan đến tỉ lệ, ta thực hiện theo các bước sau:

*Bước 1.* Gọi các đại lượng cần tìm.

*Bước 2.* Dựa vào các tỉ lệ thức mà đề bài cho, thiết lập dãy tỉ số bằng nhau tương ứng.

*Bước 3.* Sử dụng một trong hai cách của Dạng 1 để giải và kết luận.

**Bài tập 10.** Số bi của Mai và Hoàng tỉ lệ với 3, 4. Biết Hoàng nhiều hơn Mai 6 viên bi. Tính số bi của mỗi bạn.

**Bài tập 11.** Tại Giải Bóng đá V-League, câu lạc bộ Hà Nội ghi được nhiều hơn 6 bàn thắng so với câu lạc bộ Sài Gòn. Tính số bàn thắng mỗi đội ghi được, cho biết tỉ số bàn thắng của hai đội là 1, 25.

**Bài tập 12.** Tính chu vi của một hình chữ nhật, biết rằng hai cạnh của nó tỉ lệ với 3, 7 và chiều dài hơn chiều rộng 15 m.

**Bài tập 13.** Tính diện tích của một khu đất hình chữ nhật biết độ dài hai cạnh tỉ lệ với các số 2; 3 và chu vi khu đất là 50 mét.

**Bài tập 14.** Tìm diện tích của một hình chữ nhật biết rằng tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng  $\frac{2}{5}$  và chu vi bằng 28 m.

**Bài tập 15.** Một tam giác có chu vi 48 cm và ba cạnh của nó tỉ lệ với 3; 4; 5. Tính độ dài ba cạnh của tam giác đó.

**Bài tập 16.** Số viên bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng tỉ lệ với các số 2; 4; 5. Tính số viên bi của mỗi bạn, biết rằng ba bạn có tất cả 44 viên bi.

**Bài tập 17.** Hai lớp 7A và 7B đi lao động trồng cây. Biết rằng tỉ số giữa số cây trồng được của lớp 7A và lớp 7B là 0,8 và lớp 7B trồng nhiều hơn lớp 7A là 20 cây. Tính số cây mỗi lớp đã trồng.

**Bài tập 18.** Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 4 : 5 : 6. Hỏi mỗi đơn vị góp bao nhiêu tiền biết tổng số vốn góp được là 600 triệu đồng.

**Bài tập 19.** Số học sinh của mỗi khối 6; 7; 8 lần lượt tỉ lệ với 13; 10; 12. Tính số học sinh mỗi khối biết tổng số học sinh ba khối là 700 học sinh.

**Bài tập 20.** Số học sinh bốn khối 6, 7, 8, 9 tỉ lệ với các số 9; 8; 7; 6. Biết rằng số học sinh khối 9 ít hơn số học sinh khối 7 là 70 học sinh. Tính số học sinh mỗi khối.

**Bài tập 21.** Số học sinh bốn khối 6, 7, 8, 9 của một trường tỉ lệ với các số 6; 5; 4; 3. Biết rằng số học sinh khối 6 nhiều hơn số học sinh khối 8 là 84 học sinh. Tính số học sinh mỗi khối.

### 6.3 Đại lượng tỉ lệ thuận

#### 6.3.1 Khái niệm

**Định nghĩa 6.2.** Nếu đại lượng  $y$  liên hệ với đại lượng  $x$  theo công thức  $y = kx$  (với  $k$  là hằng số khác 0) thì ta nói  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỷ lệ  $k$ .

**Tính chất 6.2.** Nếu  $x, y, z$  lần lượt tỉ lệ thuận với  $a, b, c$  thì ta có  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ .

#### 6.3.2 Bài tập

**TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Theo thống kê, nếu dùng 8 xe chở hàng thì tiêu thụ hết 70 lít xăng. Vậy khi dùng 13 xe chở hàng cùng loại thì tiêu thụ hết bao nhiêu lít xăng?

- A. 113,75 lít.                      B. 225,5 lít.                      C. 728 lít.                      D. 43,1 lít.

**Câu 2.** Bình quân 1 tạ lúa sau khi qua máy xát sẽ thu được 8 yến gạo. Vào vụ thu hoạch, bác nông dân xát 24 tấn lúa sẽ thu được bao nhiêu tấn gạo?

- A. 192 tấn.                      B. 30 tấn.                      C. 19200 tấn.                      D. 19,2 tấn.

**Câu 3.** Ba công nhân có năng suất lao động tương ứng tỉ lệ với 3; 5; 7. Tính tổng số tiền ba người được thưởng nếu biết tổng số tiền thưởng của người thứ nhất và người thứ hai là 5,6 triệu đồng.

- A. 11.                      B. 15.                      C. 10,5.                      D. 10.

**Câu 4.** Hai thanh chì có thể tích là  $11 \text{ cm}^3$  và  $17 \text{ cm}^3$ . Biết rằng khối lượng và thể tích mỗi thanh chì là hai đại lượng tỉ lệ thuận và thanh thứ hai nặng hơn thanh thứ nhất 72 gam. Khối lượng của thanh thứ nhất và thanh thứ hai lần lượt là

- A. 103 gam; 92 gam.                      B. 85 gam; 120 gam.                      C. 13 gam; 12 gam.                      D. 132 gam; 204 gam.

**Câu 5.** Cứ 100 kg lúa thì cho 60 kg gạo. Hỏi 2 tấn lúa thì cho bao nhiêu kilogam gạo?

- A. 200 kg.                      B. 12 kg.                      C. 120 kg.                      D. 1200 kg.

**BÀI TẬP**

#### A. Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận.

**Bài tập 1.** Hai đại lượng  $x$  và  $y$  có tỷ lệ thuận với nhau hay không nếu:

$x$	1	2	3	4	5
$y$	9	18	27	36	45

**Bài tập 2.** Các giá trị tương ứng của  $V$  và  $m$  được cho trong bảng sau

$V$	1	2	3	4	5
$m$	7,8	15,6	23,4	31,2	39
$\frac{m}{V}$					

- a) Điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng trên.  
 b) Hai đại lượng  $m$  và  $V$  có tỷ lệ thuận với nhau không, vì sao?

**Bài tập 3.** Trong các bảng sau đây, bảng nào cho ta các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ thuận

a) 

$x$	-1	-2	0	3	8
$y$	2	4	0	-6	-16

b) 

$x$	-1	-3	3	7	10
$y$	-2	6	10	14	20

**Bài tập 4.** Cho biết  $x$  và  $y$  là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

$x$	-3	-1	1	2	5
$y$				-4	

**Bài tập 5.** Cho biết  $x$  và  $y$  là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

$x$	3	4	5	6	7			
$y$	9					30	-45	60

- a) Viết công thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$ .
- b) Điền các số thích hợp vào ô trống.

**Bài tập 6.** Cho biết  $x$  và  $y$  là hai đại lượng tỷ lệ thuận với nhau

$x$		4	0,04	-1	1,5	$-\frac{2}{3}$	
$y$	100		0,1				$\frac{1}{2}$

- a) Viết công thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$ .
- b) Điền các số thích hợp vào ô trống.

**Bài tập 7.** Cho biết  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là 3. Hỏi  $x$  tỉ lệ thuận với  $y$  theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

**Bài tập 8.** Cho biết  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là  $\frac{1}{5}$ . Hỏi  $x$  tỉ lệ thuận với  $y$  theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

**Bài tập 9.** Cho biết  $x$  tỉ lệ thuận với  $y$  theo hệ số tỉ lệ là  $\frac{3}{2}$ . Hỏi  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

**Bài tập 10.** Cho biết  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là  $k$ . Hỏi  $x$  tỉ lệ thuận với  $y$  theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

**Bài tập 11.** Cho biết  $x$  tỉ lệ thuận với  $y$  theo hệ số tỉ lệ là 3;  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là 5. Hỏi  $z$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

**Bài tập 12.** Cho biết  $z$  tỉ lệ thuận với  $y$  theo hệ số tỉ lệ là 2;  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là 10. Hỏi  $z$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

**Bài tập 13.** Cho biết  $t$  tỉ lệ thuận với  $z$  theo hệ số tỉ lệ là 2;  $z$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là 3;  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là 5. Hỏi  $t$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

**Bài tập 14.** Cho biết  $t$  tỉ lệ thuận với  $z$  theo hệ số tỉ lệ là  $\frac{1}{2}$ ;  $z$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là  $\frac{1}{3}$ ;  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là 6. Hỏi  $t$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

**Bài tập 15.** Cho biết  $t$  tỉ lệ thuận với  $z$  theo hệ số tỉ lệ là  $a$ ;  $z$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là  $b$ ;  $y$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là  $c$  ( $a, b, c$  là các hằng số khác 0). Hỏi  $t$  tỉ lệ thuận với  $x$  theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

**B. Giải một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ thuận.**

**Bài tập 16.** Cho biết hai đại lượng  $x$  và  $y$  tỷ lệ thuận với nhau và khi  $x = 6$  thì  $y = 4$ .

- a) Tìm hệ số tỷ lệ  $k$  của  $y$  đối với  $x$ .
- b) Hãy biểu diễn  $y$  theo  $x$ .
- c) Tính giá trị của  $y$  theo  $x = 9; x = 15$ .

**Bài tập 17.** Cho biết đại lượng  $y$  tỉ lệ thuận với đại lượng  $x$  theo hệ số tỉ lệ  $k$  và khi  $x = 4$  thì  $y = 12$ .

- a) Tìm hệ số tỉ lệ  $k$ .
- b) Hãy biểu diễn  $y$  theo  $x$  và  $x$  theo  $y$ .
- c) Tính giá trị của  $y$  khi  $x = 1; x = -2; x = 6; x = -15; x = -33$ .
- d) Tính giá trị của  $x$  khi  $y = 9; y = -27; y = -45; y = 60; y = -180$ .

**Bài tập 18.** Cho biết đại lượng  $y$  tỉ lệ thuận với đại lượng  $x$  theo hệ số tỉ lệ  $k$  và khi  $x = 0,25$  thì  $y = 4$ .

- a) Tìm hệ số tỉ lệ  $k$ .
- b) Viết công thức tính  $y$  theo  $x$  và tính  $x$  theo  $y$ .
- c) Tính giá trị của  $y$  khi  $x = 1; x = -2; x = 3; x = -4; x = -\frac{2}{3}$
- d) Tính giá trị của  $x$  khi  $y = \frac{1}{2}; y = -\frac{2}{3}; y = -\frac{3}{4}; y = \frac{4}{5}; y = -\frac{5}{6}$ .

**Bài tập 19.** Cho biết đại lượng  $y$  tỉ lệ thuận với đại lượng  $x$  theo hệ số tỉ lệ  $k$  và khi  $x = \frac{2}{3}$  thì  $y = \frac{8}{15}$ .

- a) Tìm hệ số tỉ lệ  $k$ .

b) Viết công thức tính  $y$  theo  $x$  và tính  $x$  theo  $y$ .

c) Tính giá trị của  $y$  khi  $x = 1; x = -2; x = 5; x = \frac{2}{3}; x = -\frac{5}{4}$ .

d) Tính giá trị của  $x$  khi  $y = 3; y = -4; y = -5; y = \frac{6}{5}; y = -\frac{3}{4}$ .

**Bài tập 20.** Cho biết đại lượng  $x$  và  $y$  tỉ lệ thuận với nhau và khi  $x = 3,6$  thì  $y = -10,8$

a) Viết công thức tính liên hệ giữa  $x$  và  $y$ ;

b) Tính giá trị của  $y$  khi  $x = -3; x = 24; x = -\frac{2}{3}; x = \frac{7}{6}; x = -\frac{1}{15}$ ;

c) Tính giá trị của  $x$  khi  $y = 4; y = 12; y = -26; y = \frac{4}{3}; y = -\frac{26}{15}$ .

**Bài tập 21.** Tìm hai số  $x$  và  $y$  nếu biết  $x; y$  tỷ lệ thuận với 3; 5 và  $x + y = 24$ .

**Bài tập 22.** Tìm hai số  $a$  và  $b$  nếu biết  $a; b$  tỷ lệ thuận với 7; 9 và  $3a - 2b = 30$ .

**Bài tập 23.** Tìm ba số  $x; y; z$  nếu biết  $x; y; z$  tỷ lệ thuận với 4; 7; 10 và  $2x + 3y + 4z = 69$ .

**Bài tập 24.** Chia số 30 thành ba phần tỷ lệ thuận với 4; 5; 6. Tính giá trị mỗi phần.

**Bài tập 25.** Chia số 99 thành ba phần tỉ lệ thuận với 2; 3; 4. Tính giá trị mỗi phần.

**Bài tập 26.** Chia số 210 thành ba phần tỉ lệ thuận với 6; 7; 8. Tính giá trị mỗi phần.

**Bài tập 27.** Chia số 285 thành ba phần tỉ lệ thuận với 3; 5; 7. Tính giá trị mỗi phần.

**Bài tập 28.** Tìm ba số  $a; b; c$  biết rằng  $a + b + c = 30$ ;  $a$  và  $b$  tỷ lệ thuận với 2 và 3;  $b$  và  $c$  tỷ lệ thuận với 6 và 5.

## 6.4 Đại lượng tỉ lệ nghịch

### 6.4.1 Khái niệm

**Định nghĩa 6.3.** Nếu đại lượng  $y$  liên hệ với đại lượng  $x$  theo công thức  $y = \frac{a}{x}$  hay  $xy = a$  (với  $a$  là hằng số khác 0) thì ta nói  $y$  tỉ lệ nghịch với  $x$  (hoặc  $x$  tỉ lệ nghịch với  $y$ ) theo hệ số tỉ lệ  $a$ .

**Tính chất 6.3.** Nếu  $x, y, z$  lần lượt tỉ lệ nghịch với  $a, b, c$  thì ta có  $x.a = y.b = z.c$

### 6.4.2 Bài tập

**↻ TRẮC NGHIỆM ↻**

**Câu 1.** Bạn Hùng mua bút bi 10 chiếc bút bi ngòi nhỏ với giá 4 nghìn đồng một chiếc. Cũng với số tiền như bạn Hùng, bạn Duy mua được 8 chiếc bút bi ngòi to. Vậy giá một chiếc bút bi ngòi to là

- A. 4 nghìn đồng.                      B. 5 nghìn đồng.                      C. 6 nghìn đồng.                      D. 7 nghìn đồng.

**Câu 2.** Bác Huyền mua 10 bó rau muống với giá 12 nghìn đồng một bó. Cùng với số tiền đó bác Huyền mua được 15 bó rau cải. Vậy một bó rau cải có giá là

- A. 5 nghìn đồng.                      B. 6 nghìn đồng.                      C. 10 nghìn đồng.                      D. 8 nghìn đồng.

**Câu 3.** Bạn Dương mua 20 cái kẹo với giá 2 nghìn đồng một cái. Cũng với số tiền đó bạn Tuấn mua được 8 cái bánh. Vậy giá mỗi cái bánh là

- A. 5 nghìn đồng.                      B. 6 nghìn đồng.                      C. 10 nghìn đồng.                      D. 8 nghìn đồng.

**Câu 4.** Mẹ bạn Vinh đi chợ mua 20 quả trứng loại II với giá 3 nghìn đồng một quả. Cũng với số tiền đấy, bố bạn Vinh mua quả trứng loại I với giá 4 nghìn đồng một quả. Vậy bố bạn Vinh mua được số trứng là

- A. 3 quả trứng.                      B. 6 quả trứng.                      C. 5 quả trứng.                      D. 4 quả trứng.

**Câu 5.** Để cày xong một cánh đồng trong 5 giờ người ta cần 4 máy cày. Vậy nếu người ta dùng 5 máy cày thì cày xong cánh đồng đó trong bao lâu? Biết công suất các máy cày là như nhau.

- A. 5 giờ.                      B. 6 giờ.                      C. 4 giờ.                      D. 2 giờ.

**↻ BÀI TẬP ↻**

#### A. Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

**Bài tập 1.** Hai đại lượng  $x$  và  $y$  có tỉ lệ nghịch với nhau hay không nếu

$x$	1	2	4	5	8
$y$	120	60	30	24	15

**Bài tập 2.** Cho biết hai đại lượng  $x$  và  $y$  tỉ lệ nghịch với nhau.

$x$	$-\frac{3}{2}$	1		$\frac{1}{7}$				0,01
$y$	$\frac{2}{3}$		-4		$-\frac{3}{4}$	-1,2	-3,6	1,2

- a) Viết công thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$                       b) Điền các số thích hợp vào ô trống.

**Bài tập 3.** Hai đại lượng  $x$  và  $y$  có tỉ lệ nghịch với nhau hay không nếu

$x$	2	3	4	5	6
$y$	30	20	15	12,5	10

**Bài tập 4.** Cho biết hai đại lượng  $x$  và  $y$  tỉ lệ nghịch với nhau.

$x$	4	2		6				
$y$	9		6		-4	-12	-6	1,2

- a) Viết công thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$                       b) Điền các số thích hợp vào ô trống.

**Bài tập 5.** Cho biết hai đại lượng  $x$  và  $y$  tỉ lệ nghịch với nhau.



### C. Toán thực tế (kết hợp dãy tỉ số bằng nhau)

**Bài tập 31.** Ba đơn vị góp vốn kinh doanh theo tỉ lệ 3; 5; 7. Hỏi mỗi đơn vị góp bao nhiêu tiền, biết tổng số vốn góp được là 300 triệu đồng.

**Bài tập 32.** Ba đơn vị góp vốn kinh doanh theo tỉ lệ 5; 7; 10. Hỏi mỗi đơn vị góp bao nhiêu tiền, biết tổng số vốn góp được là 330 triệu đồng.

**Bài tập 33.** Ba nhà sản xuất góp vốn kinh doanh theo tỉ lệ 7; 8; 9. Hỏi mỗi đơn vị góp bao nhiêu tiền, biết tổng số tiền lãi là 240 triệu đồng và tiền lãi chia theo tỉ lệ góp vốn.

**Bài tập 34.** Ba nhà sản xuất góp vốn kinh doanh theo tỉ lệ 11; 13; 16. Hỏi mỗi đơn vị góp bao nhiêu tiền lãi, biết tổng số tiền lãi là 320 triệu đồng và tiền lãi chia theo tỉ lệ góp vốn.

**Bài tập 35.** Có ba gói tiền: gói thứ nhất gồm toàn tờ 5000 đồng, gói thứ hai gồm toàn tờ 20 000 đồng, gói thứ ba gồm toàn tờ 50 000 đồng. Biết rằng tổng số tờ giấy bạc của ba gói là 540 tờ và số tiền ở các gói bằng nhau. Tính số tờ giấy bạc mỗi loại.

**Bài tập 36.** Có ba gói tiền: gói thứ nhất gồm toàn tờ 1000 đồng, gói thứ hai gồm toàn tờ 2000 đồng, gói thứ ba gồm toàn tờ 5000 đồng. Biết rằng tổng số tờ giấy bạc của ba gói là 340 tờ và số tiền ở các gói bằng nhau. Tính số tờ giấy bạc mỗi loại.

**Bài tập 37.** Có bốn gói tiền: gói thứ nhất gồm toàn tờ 1000 đồng, gói thứ hai gồm toàn tờ 2000 đồng, gói thứ ba gồm toàn tờ 5000 đồng, gói thứ tư gồm toàn tờ 10 000 đồng. Biết rằng tổng số tờ giấy bạc của bốn gói là 900 tờ và số tiền ở các gói bằng nhau. Tính số tờ giấy bạc mỗi loại.

**Bài tập 38.** Số học sinh mỗi khối 6; 7; 8 tỉ lệ thuận với 13; 10; 12. Tính số học sinh mỗi khối biết số học sinh khối 7 ít hơn số học sinh khối 6 là 60 học sinh.

**Bài tập 39.** Số học sinh mỗi khối 6; 7; 8; 9 tỉ lệ thuận với 9; 8; 7; 6. Tính số học sinh mỗi khối biết tổng số học sinh cả bốn khối là 900.

**Bài tập 40.** Số học sinh mỗi khối 6; 7; 8; 9 tỉ lệ nghịch với 6; 8; 9; 12. Tính số học sinh mỗi khối biết tổng số học sinh cả bốn khối là 700.

**Bài tập 41.** Số học sinh mỗi khối 6; 7; 8 tỉ lệ nghịch với 8; 9; 12. Tính số học sinh mỗi khối biết số học sinh khối 8 ít hơn số học sinh khối 6 là 120 học sinh.

**Bài tập 42.** Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 60 km/h thì mất 4 giờ. Hỏi ô tô đó chạy từ A đến B với vận tốc 45 km/h thì mất bao nhiêu thời gian?

**Bài tập 43.** Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 50 km/h thì mất 6 giờ. Hỏi ô tô đó chạy từ A đến B với vận tốc 30 km/h thì mất bao nhiêu thời gian?

**Bài tập 44.** Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 72 km/h thì mất 5 giờ. Hỏi ô tô đó chạy từ A đến B với vận tốc 60 km/h thì mất bao nhiêu thời gian?

**Bài tập 45.** Cho biết 16 công nhân hoàn thành một công việc trong 12 ngày. Hỏi để hoàn thành công việc đó trong 8 ngày thì phải tăng cường thêm mấy công nhân? (năng suất mỗi công nhân là như nhau).

**Bài tập 46.** Một đội công nhân làm đường lúc đầu gồm 50 người và định làm xong công trình trong 30 ngày. Nhưng sau đó đội tăng cường thêm 25 người. Hỏi rằng để làm xong công trình đó, đội phải làm việc bao nhiêu ngày? (năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau).

**Bài tập 47.** Một đội công nhân làm đường lúc đầu gồm 40 người và định làm xong công trình trong 15 ngày. Nhưng sau đó đội tăng cường thêm 10 người. Hỏi rằng để làm xong công trình đó, đội phải làm việc bao nhiêu ngày? (năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau).

**Bài tập 48.** Cho biết 36 công nhân hoàn thành một công việc trong 15 ngày. Hỏi để hoàn thành công việc trong 9 ngày thì phải tăng cường thêm mấy công nhân?

**Bài tập 49.** Một đội công nhân làm đường lúc đầu gồm 60 người và định làm xong công trình trong 25 ngày. Nhưng sau đó đội giảm đi 15 người. Hỏi rằng để làm xong công trình đó, đội phải làm việc bao nhiêu ngày? (năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau).

**Bài tập 50.** Một đội công nhân làm đường lúc đầu dự định hoàn thành công việc trong 30 ngày. Nhưng sau đó đội được tăng cường thêm 10 người nên đã hoàn thành công việc trong 20 ngày. Hỏi số công nhân trong đội lúc đầu là bao nhiêu? (năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau).

**Bài tập 51.** Một đội công nhân làm đường lúc đầu dự định hoàn thành công việc trong 30 ngày. Nhưng sau đó đội giảm đi 10 người nên đã hoàn thành công việc trong 40 ngày. Hỏi số công nhân trong đội lúc đầu là bao nhiêu? (năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau).

**Bài tập 52.** Một đội công nhân làm đường lúc đầu dự định hoàn thành công việc trong 30 ngày. Nhưng sau đó đội giảm đi 15 người nên đã hoàn thành công việc trong 40 ngày. Hỏi số công nhân trong đội lúc đầu là bao nhiêu? (năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau).

**Bài tập 53.** Một đội thợ xây dựng lúc đầu dự định xây xong căn nhà trong 40 ngày. Nhưng sau đó đội được tăng

cường thêm 10 người nên đã hoàn thành sớm hơn dự định 10 ngày. Hỏi số thợ xây dựng trong đội lúc đầu là bao nhiêu? (biết rằng năng suất mỗi người thợ là như nhau).

**Bài tập 54.** Cho biết 3 lít nước biển chứa 105 g muối. Hỏi 600 lít nước biển chứa bao nhiêu kg muối?

**Bài tập 55.** Cho biết 5 lít nước biển chứa 175 g muối. Hỏi  $3\text{ m}^3$  lít nước biển chứa bao nhiêu kg muối?

**Bài tập 56.** Cho biết 6 lít nước biển chứa 210 g muối. Hỏi bao nhiêu  $\text{m}^3$  nước biển chứa 7 tấn muối?

**Bài tập 57.** Cho biết  $15\text{dm}^3$  cân nặng 100kg. Hỏi  $9\text{m}^3$  kim loại đó cân nặng bao nhiêu?

**Bài tập 58.** Cho biết  $14\text{dm}^3$  cân nặng 102,9kg. Hỏi  $7\text{m}^3$  kim loại đó cân nặng bao nhiêu?

**Bài tập 59.** Hai thanh đồng có thể tích là  $13\text{cm}^3$  và  $17\text{cm}^3$ . Hỏi mỗi thanh đồng nặng bao nhiêu gam? Biết khối lượng cả hai thanh là 192 gam.

**Bài tập 60.** Hai thanh kim loại đồng chất có thể tích là  $23\text{cm}^3$  và  $27\text{cm}^3$ . Hỏi mỗi thanh kim loại nặng bao nhiêu gam? Biết khối lượng cả hai thanh là 275 gam.

**Bài tập 61.** Với số tiền mua 75m vải loại một có thể mua được bao nhiêu mét vải loại hai? Biết rằng giá tiền loại vải hai bằng 75% giá tiền vải loại một.

**Bài tập 62.** Với số tiền mua 60m vải loại một có thể mua được bao nhiêu mét vải loại hai? Biết rằng giá tiền loại vải hai bằng 80% giá tiền vải loại một.

**Bài tập 63.** Với số tiền mua 120m vải loại một có thể mua được bao nhiêu mét vải loại hai? Biết rằng giá tiền loại vải hai bằng 60% giá tiền vải loại một.

**Bài tập 64.** Với số tiền mua 75m vải loại một có thể mua được bao nhiêu mét vải loại hai? Biết rằng giá tiền loại vải một bằng 125% giá tiền vải loại hai.

**Bài tập 65.** Với số tiền mua 80m vải loại một có thể mua được bao nhiêu mét vải loại hai? Biết rằng giá tiền loại vải một bằng 120% giá tiền vải loại hai.

**Bài tập 66.** Số tiền trả cho ba người đánh máy một bản thảo là 410 000 đồng. Người thứ nhất làm việc trong 16 giờ mỗi giờ đánh được 3 trang; người thứ hai làm việc trong 12 giờ mỗi giờ đánh được 5 trang; người thứ ba làm việc trong 14 giờ mỗi giờ đánh được 4 trang. Hỏi mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

**Bài tập 67.** Số tiền trả cho ba người đánh máy một bản thảo là 120 000 đồng. Người thứ nhất làm việc trong 11 giờ mỗi giờ đánh được 2 trang; người thứ hai làm việc trong 6 giờ mỗi giờ đánh được 3 trang; người thứ ba làm việc trong 5 giờ mỗi giờ đánh được 4 trang. Hỏi mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

**Bài tập 68.** Số tiền trả cho ba người đánh máy một bản thảo là 150 000 đồng. Người thứ nhất làm việc trong 3 giờ mỗi giờ đánh được 4 trang; người thứ hai làm việc trong 6 giờ mỗi giờ đánh được 4 trang; người thứ ba làm việc trong 4 giờ mỗi giờ đánh được 5 trang. Hỏi mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

**Bài tập 69.** Số tiền trả cho bốn người đánh máy một bản thảo là 350 000 đồng. Người thứ nhất làm việc trong 8 giờ mỗi giờ đánh được 3 trang; người thứ hai làm việc trong 4 giờ mỗi giờ đánh được 4 trang; người thứ ba làm việc trong 6 giờ mỗi giờ đánh được 5 trang; người thứ tư làm việc trong 5 giờ mỗi giờ đánh được 6 trang. Hỏi mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

# Chương 7

## Biểu thức đại số

### 7.1 Biểu thức đại số

#### 7.1.1 Khái niệm

**Định nghĩa 7.1.**

- Các số được nối nhau bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa tạo thành một biểu thức. Những biểu thức này còn gọi là **biểu thức số**.

**Ví dụ 16.**  $5 + 3 - 2$ ;  $12 : 6$ ;  $15^3 \cdot 4^7$ ;  $4 \cdot 3^2 - 5 \cdot 5 \cdot 6$ .

- Biểu thức gồm các số và các chữ (đại diện cho số) được nối với nhau bởi các kí hiệu phép toán cộng, trừ nhân, chia, nâng lên lũy thừa được gọi là biểu thức đại số. Các chữ trong biểu thức đại số được gọi là biến số (hay gọi tắt là biến).

**Ví dụ 17.**  $4x$ ;  $2(5 + a)$ ;  $3 \cdot (x + y)$ ;  $x^2$ ;  $xy$ ;  $\frac{150}{t}$ ;  $\frac{1}{x - 0,5}$ .

**Lưu ý 7.1.** Để tính giá trị của một biểu thức đại số tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay các giá trị cho trước đó vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính.

#### 7.1.2 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Trong các biểu thức sau, em hãy chỉ ra biểu thức số.

- A.  $15 - x + y$ .                      B.  $2 - (3 \cdot 4 + 5)$ .                      C.  $3x - 2$ .                      D.  $3x - \frac{y}{2} + 1$ .

**Câu 2.** Trong các biểu thức sau, em hãy chỉ ra biểu thức chứa chữ.

- A.  $15 - 2^3 \cdot 3$ .                      B.  $x - 2y + 3z$ .  
C.  $1,75 + \frac{1}{4} \cdot 24$ .                      D.  $5 + \left[ 2 - (2020^0 + 2^3) \right]^2$ .

**Câu 3.** Biểu thức biểu thị công thức tính diện tích hình chữ nhật biết chiều dài  $x$  (cm) và chiều rộng  $y$  (cm) là

- A.  $(x + y) \cdot 2$ .                      B.  $xy$ .                      C.  $2xy$ .                      D.  $\frac{x + y}{2}$ .

**Câu 4.** Biểu thức đại số biểu thị công thức tính diện tích hình thang biết độ dài hai đáy lần lượt là:  $a$ ,  $b$  và chiều cao là  $c$ .

- A.  $(a + b) \cdot c$ .                      B.  $abc$ .                      C.  $\frac{(a + b) \cdot c}{2}$ .                      D.  $2(a + b) \cdot c$ .

**Câu 5.** Trong các biểu thức sau, em hãy chỉ ra biểu thức đại số.

- A.  $2 \cdot 5 - 9 \cdot 3^2 + 2^5$ .                      B.  $2x - 3^3$ .                      C.  $75 - \frac{3 \cdot 2}{5}$ .                      D.  $\frac{2}{3} + (2 \cdot 5)^2$ .

#### BÀI TẬP

#### A. Tính giá trị của biểu thức đại số.

**Bài tập 1.** Rút gọn biểu thức đại số sau

- a)  $6(y - x) - 2(x - y)$ ;                      b)  $3x^2 + x - 4x - 5x^2$ .

**Bài tập 2.** Tính giá trị của biểu thức

a)  $P(x) = x^2 + 5x - 1$  lần lượt tại  $x = -2; x = \frac{1}{4}$ .

b)  $Q(x, y) = xy + x^2y^2 + x^3y^3 + x^4y^4$  tại  $x = 1; y = -1$ .

c)  $A(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 9x)$  tại  $x = -1$ ;

d)  $B(x, y) = x^2y + xy^3$  tại  $x = \frac{1}{2}; y = -4$ .

e)  $-5x^2 + 3x + 1$  tại  $x = 2$ ;

f)  $x^2y - 2x^3y^2$  tại  $x = -1$  và  $y = \frac{1}{2}$ .

**B. Viết các biểu thức đại số từ các bài toán đố.**

**Bài tập 3.** Hãy viết biểu thức đại số biểu thị diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật có chiều dài bằng 7 cm, chiều rộng bằng 4 cm và chiều cao bằng 2 cm.

**Bài tập 4.** Hãy viết biểu thức đại số biểu thị chu vi của một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 7 cm.

**Bài tập 5.** Hãy viết biểu thức đại số biểu thị chu vi của một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 12 cm.

**Bài tập 6.** Hãy viết biểu thức đại số biểu thị chu vi của một hình chữ nhật có chiều rộng kém chiều dài 15 cm

**Bài tập 7.** Hãy viết biểu thức đại số biểu thị chu vi của một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 7 cm.

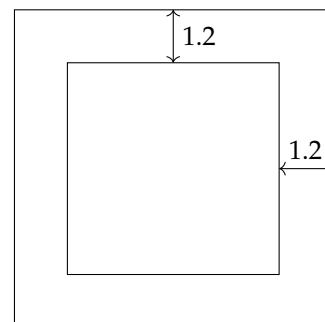
**Bài tập 8.** Hãy viết biểu thức đại số biểu thị chu vi của một hình chữ nhật có chiều dài hơn 2 lần chiều rộng 3 m.

**Bài tập 9.** Hãy viết biểu thức đại số biểu thị chu vi của một hình chữ nhật có 3 lần chiều rộng hơn chiều dài 8 cm.

**Bài tập 10.** Hãy viết biểu thức đại số biểu thị thể tích của một hình hộp chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 4 cm và hơn chiều cao 2 cm.

**Bài tập 11.** Lân có  $x$  nghìn đồng và đã chi tiêu hết  $y$  nghìn đồng, sau đó Lân được chị Mai cho  $z$  nghìn đồng. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị số tiền mà Lân có sau khi chị Mai cho thêm  $z$  nghìn đồng. Tính số tiền Lân có khi  $x = 100, y = 60, z = 50$ .

**Bài tập 12.** Một mảnh vườn hình vuông (Hình bên) có cạnh bằng  $a$ (m) với lối đi xung quanh vườn rộng 1,2 m. Hãy viết biểu thức biểu thị diện tích toàn phần còn lại của mảnh vườn. Tính diện tích còn lại của mảnh vườn khi  $a = 20$ .



**Bài tập 13.** Lương trung bình tháng của công nhân ở một xí nghiệp vào năm thứ  $n$  tính từ năm 2015 được tính bởi biểu thức  $C(1 + 0,04)^n$ , trong đó  $C = 5$  triệu đồng. Hãy tính lương trung bình tháng của công nhân xí nghiệp đó vào năm 2020 (ứng với  $n = 5$ ).

## 7.2 Đa thức một biến

### 7.2.1 Khái niệm

Định nghĩa 7.2.

- Đơn thức một biến là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến hoặc một tích giữa các số và biến đó.
- Đa thức một biến là tổng của những đơn thức cùng một biến. Đơn thức một biến cũng là đa thức một biến.
- Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không, đã được viết thành đa thức thu gọn) là số mũ lớn nhất của biến trong đa thức đó.

Ví dụ 18. Các biểu thức  $3x^2, 3t - 7, -2z^2, 2021y^2$  là những đơn thức một biến.

Ví dụ 19. Các biểu thức  $6 - 2y, 3t^2 - 4t + 5, 3n^4 + 4n^2$  là những đa thức một biến.

Ví dụ 20. Cho đa thức  $P(x) = 2x + 5x^2 + 6x^3 - 4$ . Bậc của đa thức  $P(x)$  là 3.

Lưu ý 7.2. Quy ước số 0 được gọi là đa thức không và nó không có bậc.

Định nghĩa 7.3. Cho đa thức một biến  $P(x)$ . Nếu đa thức  $P(x)$  có giá trị bằng 0 tại  $x = a$  thì ta nói  $a$  (hay  $x = a$ ) là nghiệm của đa thức đó.

Ví dụ 21. Cho đa thức  $A(x) = 2x^3 - 8x^2 + 5x + 1$ ,

- Tại  $x = 3$  ta có  $A(3) = 2 \cdot 3^3 - 8 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 + 1 = -2$ . Ta nói đa thức  $A(x)$  có giá trị là  $-2$  khi  $x = 3$ .
- Tại  $x = 1$  ta có  $A(1) = 2 \cdot 1^3 - 8 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + 1 = 0$ . Ta nói đa thức  $A(x)$  có giá trị là 0 khi  $x = 1$ . Và  $x = 1$  còn được gọi là nghiệm của đa thức  $A(x)$ .

### 7.2.2 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Điền cụm từ thích hợp vào chỗ trống để được một khẳng định đúng. Đa thức một biến (gọi tắt là đa thức) là ... của những đơn thức của cùng một biến.

- A. tổng.                                      B. hiệu.                                      C. tích.                                      D. thương.

Câu 2. Điền cụm từ thích hợp vào chỗ trống để được một khẳng định đúng. Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không, đã thu gọn) là số mũ ... của biến trong đa thức đó.

- A. bằng 0.                                      B. nhỏ nhất.                                      C. lớn nhất.                                      D. lớn hơn 0.

Câu 3. Điền cụm từ thích hợp vào chỗ trống để được một khẳng định đúng. Mỗi số thực được coi là ... đa thức một biến.

- A. hai.                                      B. ba.                                      C. bốn.                                      D. một.

Câu 4. Điền cụm từ thích hợp vào chỗ trống để được một khẳng định đúng. Mỗi đơn thức trong đa thức một biến được gọi là ..... của đa thức đó.

- A. biểu thức.                                      B. số hạng.                                      C. thừa số.                                      D. hạng tử.

Câu 5. Biểu thức nào là đa thức một biến?

- A.  $2x^2 + 3y + 5$ .                                      B.  $2x^3 - x^2 + 5$ .                                      C.  $5xy + x^3 - 1$ .                                      D.  $xyz - 2xy + 5$ .

Câu 6. Biểu thức nào là đa thức một biến?

- A.  $-y^2 + 3y + 5$ .                                      B.  $2y^3 - x^2 + 5$ .                                      C.  $-2y + x^3 - 1$ .                                      D.  $x - 2xy + 5$ .

Câu 7. Biểu thức nào là đa thức một biến?

- A.  $2a^2 + 3b - \frac{1}{5}$ .                                      B.  $3a^2b$ .                                      C.  $2a^2 - 3b$ .                                      D.  $\frac{1}{2}a^2$ .

Câu 8. Biểu thức nào là đa thức một biến?

- A.  $-x^2 + 3y + \frac{1}{4}$ .                                      B.  $25xy^3$ .                                      C. 25.                                      D.  $-y^2 + 3x + \frac{1}{4}$ .

Câu 9. Bậc của đa thức  $x^3 + 2x^2 + 3x - 5$  là

- A. 0.                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. 3.

**Câu 10.** Bậc của đa thức  $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3}x^3 - 5$  là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

❖ BÀI TẬP ❖

### A. Nhận biết đa thức

**Bài tập 1.** Hãy cho biết biểu thức nào sau đây là đơn thức một biến

a)  $5x^3$ ;

b)  $3y + 5$ ;

c)  $23 \cdot y \cdot y^2$ ;

d) 7,8.

**Bài tập 2.** Hãy cho biết biểu thức nào sau đây là đa thức một biến.

a)  $A = -32$ ;

b)  $B = 4x + 7$ ;

c)  $B = 4x - y + 7$ ;

d)  $C = 7,8$ ;

e)  $N = \frac{4 - 3y}{5}$ ;

f)  $Q = \frac{5x - 1}{3x^2 + 2}$ ;

g)  $P = 2y^2 - 3$ ;

h)  $M = 15 - 2t^3 + 8t$ .

**Bài tập 3.** Hãy cho biết bậc của các đa thức sau

a)  $3 + 2y$ ;

b) 0;

c)  $7 + 8x$ ;

d)  $32x^3 + x^4$ .

**Bài tập 4.** Hãy cho biết phân hệ số và phần biến của mỗi đa thức sau

a)  $4 + 2t - 3t^3 + 2,3t^4$ ;

b)  $3y^7 + 4y^3 - 8$ .

### B. Thu gọn và sắp xếp đa thức. Nhận biết bậc, các hệ số của một đa thức

**Bài tập 5.** Cho đa thức  $P(x) = 7 + 10x^2 + 3x^3 - 5x + 8x^3 - 3x^2$ . Hãy viết đa thức thu gọn của đa thức  $P(x)$  và sắp xếp các đơn thức theo lũy thừa giảm của biến.

**Bài tập 6.** Cho đa thức  $P(x) = 2x + 4x^3 + 7x^2 - 10x + 5x^3 - 8x^2$ . Hãy viết đa thức thu gọn, tìm bậc và các hệ số của đa thức  $P(x)$ .

**Bài tập 7.** Tính giá trị của các đa thức sau

a)  $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x + 3$  khi  $x = -2$ ;

b)  $Q(y) = 2y^3 - y^4 + 5y^2 - y$  khi  $y = 3$ .

**Bài tập 8.** Cho đa thức  $M(t) = t + \frac{1}{2}t^3$ .

a) Hãy nêu bậc và các hệ số của  $M(t)$ ;b) Tính giá trị của  $M(t)$  khi  $t = 4$ .

### C. Nhận biết nghiệm của đa thức

**Bài tập 9.** Hỏi  $x = -\frac{2}{3}$  có phải là một nghiệm của đa thức  $P(x) = 3x + 2$  không?

**Bài tập 10.** Cho đa thức  $Q(y) = 2y^2 - 5y + 3$ . Các số nào trong tập hợp  $\left\{1; 2; 3; \frac{3}{2}\right\}$  là nghiệm của  $Q(y)$ ?

**Bài tập 11.** Đa thức  $M(t) = 3 + t^4$  có nghiệm không? Vì sao?

**Bài tập 12.** Tìm nghiệm của đa thức sau

a)  $A(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}$ ;

b)  $C(x) = 5x - \frac{3}{4}$ ;

c)  $D(x) = -\frac{1}{2} - 3x$ ;

d)  $E(x) = \frac{1}{3}x + 1$ ;

e)  $F(x) = 3x - 4$ ;

f)  $G(x) = \frac{1}{2}x + 5$ ;

g)  $H(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$ ;

h)  $I(x) = x^2 + 2$ .

**Bài tập 13.** Chứng minh rằng đa thức  $A(x) = x^2 - 6x + 8$  có hai nghiệm số là 2 và 4.

**Bài tập 14.** Chứng minh rằng

a) Đa thức  $3x^2 - 7x + 4$  có hai nghiệm là 1 và  $\frac{4}{3}$ ;

b) Đa thức  $5x^2 + 7x + 2$  có hai nghiệm là  $-1$  và  $-\frac{2}{5}$ ;

c) Đa thức  $6x^2 - 5x + 1$  có hai nghiệm là  $\frac{1}{2}$  và  $\frac{1}{3}$ ;

d) Đa thức  $12x^2 - x - 6$  có hai nghiệm là  $-\frac{2}{3}$  và  $\frac{3}{4}$ ;

e) Đa thức  $3x^2 - 7x + 2$  có hai nghiệm là 2 và  $\frac{1}{3}$ .

**Bài tập 15.** Tìm nghiệm của các đa thức sau

a)  $A(x) = (-5x + 2)(x - 7);$

b)  $B(x) = (2x - 1)(5 - x);$

c)  $C(x) = (4x - 1)(2x + 3);$

d)  $D(x) = (x + 2)(1 - x);$

e)  $F(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{2}{5} - x\right);$

f)  $G(x) = (x - 5) \left(3 - \frac{1}{5}x\right);$

g)  $H(x) = 3 - x^2;$

h)  $K(x) = x^2 - 2x;$

i)  $N(x) = 9x^2 - 1;$

j)  $I(x) = x^2 - 5x;$

k)  $M(x) = -4x^2 + 8x;$

l)  $L(x) = x^2 - 12x + 35.$

**Bài tập 16.** Một chiếc ca nô đang chạy với tốc độ  $v = 16 + 2t$  ( $v$  tính theo đơn vị m/s,  $t$  là thời gian tính theo đơn vị s). Tính tốc độ ca nô với  $t = 5$ .

**Bài tập 17.** Chứng tỏ rằng “nếu đa thức  $ax + b$  ( $a \neq 0$ ) có nghiệm là 1 thì  $a$  và  $b$  là 2 số đối nhau”.

**Bài tập 18.** Chứng tỏ  $\frac{-b}{a}$  là nghiệm của biểu thức  $P(x) = ax + b$  ( $a \neq 0$ ).





## 7.4 Nhân đa thức một biến

### 7.4.1 Quy tắc

**Quy tắc 7.2.** Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi đơn thức của đa thức này với từng đơn thức của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

**Ví dụ 23.** Thực hiện phép nhân

a)  $3x \cdot (2x^2 - 4x + 5)$ ;

b)  $(2x + 3) \cdot (x + 1)$ .

### 7.4.2 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Thực hiện phép tính nhân  $x^2(3x^3 - 2x - 1)$  ta được kết quả

A.  $3x^6 - 2x^3 - x^2$ .

B.  $3x^5 - 2x^3 - x^2$ .

C.  $3x^5 - 2x^3 - 1$ .

D.  $3x^6 - 2x^2 - x^2$ .

**Câu 2.** Kết quả của phép nhân  $(3x^2 + 3) \cdot \left(-\frac{1}{3}x\right)$  là

A.  $x^3 - x$ .

B.  $-x^2 - \frac{1}{3}x$ .

C.  $-x^3 - \frac{1}{3}x$ .

D.  $-x^3 - x$ .

**Câu 3.** Tích của đa thức  $x + 2$  và đa thức  $x + 5$  là đa thức

A.  $x^2 + 10$ .

B.  $x^2 + 7x + 10$ .

C.  $x^2 - 7x + 10$ .

D.  $x^2 - 3x + 10$ .

**Câu 4.** Rút biểu thức  $(3x + 5)(2x - 11) - (2x - 3)(3x + 7)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng

A.  $6x^2 - 15x + 55$ .

B.  $-28x - 34$ .

C. Không phụ thuộc vào giá trị của biến  $x$ .

D. 76.

**Câu 5.** Dạng rút gọn của biểu thức  $A = (2x + 3)(4 - 6x) - (6 - 3x)(4x + 2)$  là

A. 0.

B.  $28x$ .

C.  $-28x$ .

D.  $24x^2 - 28x$ .

#### BÀI TẬP

### A. Thực hiện phép nhân hai đa thức cùng biến.

**Bài tập 1.** Thực hiện phép nhân sau

a)  $(4x - 3)(x + 2)$ ;

b)  $(5x + 2)(-x^2 + 3x + 4)$ ;

c)  $(2x^2 - 7x + 4)(6x + 5)$ .

**Bài tập 2.** Thực hiện phép tính

a)  $x(x + 3)$ ;

b)  $3x(x + 2)$ ;

c)  $3(x + 12)$ ;

d)  $6x(2x - 1)$ ;

e)  $x^2(2x - 1)$ ;

f)  $x^2(3x^2 + 2x)$ ;

g)  $-2(x^2 + 3)$ ;

h)  $3\left(x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}\right)$ ;

i)  $(5x - 3)\frac{2}{3}x$ ;

j)  $-5x^3(3x^2 - 7)$ ;

k)  $x^2\left(5x^3 - x - \frac{1}{2}\right)$ ;

l)  $\frac{1}{2}x^2\left(2x^3 - \frac{2}{5}x - 1\right)$ .

**Bài tập 3.** Thực hiện phép tính

a)  $3x(5x^2 - 2x - 1)$ ;

b)  $(3x - x^2 + 6)\frac{2}{3}x^2$ ;

c)  $(x^2 + 2x - 3)(-x)$ ;

d)  $(4x^2 + 6x - 2)\frac{1}{2}x$ ;

e)  $-4x^5(x^3 - 4x^2 + 7x - 3)$ ;

f)  $3x^4\left(-2x^3 + 5x^2 - \frac{2}{3}x\right)$ ;

g)  $-5x^2(3x^2 - 2x^3 - x)$ ;      h)  $4x^3(-2x^2 + 4x^4 - 3)$ ;      i)  $\frac{1}{2}x^3(2x^4 - 4x - 6)$ ;  
 j)  $\frac{1}{2}x^3(3x^3 - 2x + 5)$ ;      k)  $\frac{3}{5}x^2\left(-\frac{5}{3}x^3 - 10x + 5\right)$ ;      l)  $-\frac{5}{6}\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x^5 - \frac{1}{2}x\right)$ .

**B. Tính giá trị của đa thức.**

**Bài tập 4.** Tính giá trị biểu thức

a)  $A(x) = 2(3 + x) + x^2$  tại  $x = -1$ ;      b)  $B(x) = 3(x + 5) + x^2$  tại  $x = 1$ ;  
 c)  $C(x) = 5 - 4x(x - 2)$  tại  $x = -1$ ;      d)  $D(x) = 3x(x + 2) - x(x + 1)$  tại  $x = -1$ ;  
 e)  $E(x) = 7x(x - 5) + 3(x - 2)$  tại  $x = 0$ ;      f)  $F(x) = -2x(x + 1) + 4(x + 2)$  tại  $x = -1$ ;  
 g)  $G(x) = x^2 - x + 2x(x + 3)$  tại  $x = 2$ ;      h)  $H(x) = 5 - 4x(x - 2) + 4x^2$  tại  $x = 4$ .

**C. Tìm x (giải phương trình).**

**Bài tập 5.** Tìm x biết

a)  $5x\left(\frac{1}{5}x - 2\right) + 3\left(6 - \frac{1}{3}x^2\right) = 12$ ;      b)  $12x^2 - 4x(3x - 5) = 10x - 17$ ;  
 c)  $4x(x - 5) - 7x(x - 4) + 3x^2 = 12$ ;      d)  $4x^2 - 2x + 3 - 4x(x - 5) = 7x - 3$ ;  
 e)  $-3x(x - 5) + 5(x - 1) + 3x^2 = 4 - x$ ;      f)  $7x(x - 2) - 5(x - 1) = 21x^2 - 14x^2 + 3$ ;  
 g)  $3(5x - 1) - x(x - 2) + x^2 - 13x = 7$ ;      h)  $\frac{1}{5}x(10x - 15) - 2x(x - 5) = 12$ .

**Bài tập 6.** Tìm nghiệm của các đa thức sau

a)  $(x + 4)(x - 7) = 0$ ;      b)  $(x + 2)(x + 3) = 0$ ;      c)  $(x + 3)(x - 4) = 0$ ;  
 d)  $(x - 7)(x - 5) = 0$ ;      e)  $(-5x + 2)(-3x - 4) = 0$ ;      f)  $(3x + 5)(2x - 7) = 0$ ;  
 g)  $(x - 5)(4x - 3) = 0$ ;      h)  $-(x + 3)(x - 2) = 0$ ;      i)  $(x^2 - 2x + 1)(x - 1) = 0$ ;  
 j)  $-(2x - 5)(x + 2) = 0$ ;      k)  $(x - 5)(-x^2 + x - 1) = 0$ ;      l)  $(x^2 - 2x - 1)(x - 3) = 0$ ;  
 m)  $(2x - 1)(x^2 - 5x + 3) = 0$ ;      n)  $(-x + 4)(-x^2 + 4x - 1) = 0$ ;      o)  $-(x + 2)(x^2 + 2x + 2) = 0$ .

## 7.5 Chia đa thức 1 biến

### 7.5.1 Quy tắc

**Quy tắc 7.3.** Để thực hiện phép chia đa thức, người ta thường viết các đa thức đó thành đa thức thu gọn và sắp xếp các đơn thức theo lũy thừa giảm dần, rồi thực hiện phép chia.

**Lưu ý 7.3.**

- Khi chia đa thức  $P$  cho đa thức  $Q$  với thương là  $K$ , dư là  $R$  thì  $P = Q \cdot K + R$  trong đó bậc của  $R$  nhỏ hơn bậc của  $Q$ .
- Ta nói đa thức  $P$  chia hết cho đa thức  $Q$  nếu có đa thức  $M$  sao cho  $P = Q \cdot M$ . Khi đó  $P$  là đa thức bị chia,  $Q$  là đa thức chia và  $M$  là đa thức thương (gọi tắt là thương). Kí hiệu:  $M = P : Q$  hoặc  $M = \frac{P}{Q}$ .

**Ví dụ 24.** Thực hiện chia đa thức

$$\begin{aligned} (3x^6 - 5x^5 + 7x^4) : 2x^3 &= (3x^6 : 2x^3) + (-5x^5 : 2x^3) + (7x^4 : 2x^3) \\ &= \frac{3}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{7}{2}x \end{aligned}$$

**Ví dụ 25.** Thực hiện phép chia đa thức  $P(x) = 3x^2 - 5x + 2$  cho  $Q(x) = x - 2$  bằng phương pháp chia cột

#### Mô tả các bước chia cột

- Chia đơn thức bậc cao nhất của đa thức bị chia cho đơn thức bậc cao nhất của đa thức chia  $3x^2 : x = 3x$ ;
- Nhân  $3x$  với đa thức chia  $x - 2$  rồi lấy đơn thức bị chia trừ cho tích vừa nhận;
- Đa thức  $x + 2$  được gọi là dư thứ nhất;
- Chia đơn thức bậc cao nhất của dư thứ nhất cho đơn thức bậc cao nhất của đa thức chia:  $x : x = 1$ .
- Lấy dư thứ nhất trừ cho tích của với đa thức chia thì được số dư là 4;
- Ta có  $3x^2 - 5x + 2 = (x - 2)(3x + 1) + 4$ .

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 - 5x + 2 & x - 2 \\ - & \\ \hline 3x^2 - 6x & 3x + 1 \\ \hline & x + 2 \\ - & \\ & x - 2 \\ \hline & 4 \end{array}$$

### 7.5.2 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Kết quả phép chia  $(2x^3 - 3x^4 + 12x^2) : x$  là

- A.  $2x^2 - 3x^4 + 12x^2$ .      B.  $2x^2 - 3x^3 + 12x^2$ .      C.  $2x^2 - 3x^3 + 12x$ .      D.  $2x^2 - 3x^4 + 12x$ .

**Câu 2.** Kết quả phép chia  $(x^3 + x^2 - 5x + 3) : (x + 3)$  là

- A.  $x^2 + 2x + 1$ .      B.  $x^2 - 2x + 1$ .      C.  $x^2 - 2x - 1$ .      D.  $x^2 + 2x - 1$ .

**Câu 3.** Phép chia đa thức  $x^4 + 3x^2 - 2x + 1$  cho đa thức  $x^2 - 1$  được đa thức dư là

- A.  $2x + 5$ .      B.  $-2x + 5$ .      C.  $-2x - 5$ .      D.  $2x - 5$ .

**Câu 4.** Tìm đa thức bị chia biết đa thức chia là  $(x^2 + x + 1)$ , thương là  $(x - 3)$ , đa thức dư là  $(x + 2)$

- A.  $x^3 + 2x^2 + x + 1$ .      B.  $x^3 - 2x^2 + x + 1$ .      C.  $x^3 - 2x^2 - x - 1$ .      D.  $x^3 + 2x^2 - x + 1$ .

#### BÀI TẬP

### A. Thực hiện các phép tính chia hai đa thức 1 biến (đã sắp xếp).

**Bài tập 1.** Thực hiện phép tính chia

- a)  $(x^2 + x) : x$ ;      b)  $(x^2 - 2x) : x$ ;      c)  $(x^3 + 3x) : x$ ;  
d)  $(3x^2 + 2x) : x$ ;      e)  $(x^6 + x + x^9) : x$ ;      f)  $(4x^3 + 2x^2) : (2x)$ ;

- g)  $(3x^2 + 3x) : (3x)$ ;                      h)  $(3x^5 - 9x^6 + 12x^9) : (3x)$ ;                      i)  $(6x^4 + 4x^3 + 8x^2) : (2x)$ ;  
 j)  $(8x^6 + 16x^5 - 10x^4) : (2x^4)$ ;                      k)  $(4x^4 + 6x^5 + 14x^7) : (2x^3)$ ;                      l)  $(14x^2 + 63x^5 + 14x^7) : (7x^2)$ ;  
 m)  $(14x^4 + 21x^5 - 7x^7) : x^3$ ;                      n)  $(x^4 + x^5 + x^7) : x^3$ ;                      o)  $(4x^6 - 24x^3) : (4x)$   
 p)  $(8x^3 - 16x^5 - 20x^7) : (4x^3)$ ;                      q)  $(18x^6 - 9x^9 + 27x^{10}) : (9x^4)$ ;                      r)  $(3x^3 + 6x^7 + 12x^8) : (3x^3)$ .

**Bài tập 2.** Thực hiện phép tính chia

- a)  $(x + 1) : (x - 1)$ ;                      b)  $(x + 1) : (x + 1)$ ;                      c)  $(3x + 3) : (x + 1)$ ;  
 d)  $(2x + 6) : (x + 3)$ ;                      e)  $(4x - 8) : (x - 2)$ ;                      f)  $(12x + 3) : (4x + 1)$ ;  
 g)  $(x^2 + x) : (x + 2)$ ;                      h)  $(x^2 - 3) : (x - 3)$ ;                      i)  $(-x^2 + 4x) : (x - 4)$ ;  
 j)  $(x^2 + 2x + 1) : (x + 1)$ ;                      k)  $(x^2 + x - 12) : (x - 3)$ ;                      l)  $(x^2 - 4x + 3) : (x - 3)$ ;  
 m)  $(x^2 + 5x - 6) : (x - 1)$ ;                      n)  $(-x^2 + 4x - 4) : (x - 2)$ ;                      o)  $(x^2 - 5x - 6) : (x - 6)$ ;  
 p)  $(x^2 + 6x + 9) : (x + 3)$ ;                      q)  $(-4x^2 + 8x + 12) : (x - 3)$ ;                      r)  $(3x^4 - x^2 + 1) : (x - 4)$ .

**Bài tập 3.** Thực hiện phép chia

- a)  $(x^3 - x) : (x^2 - 1)$ ;                      b)  $(x^3 - 2x^2 - 10x - 7) : (x^2 - 7 - 3x)$ ;  
 c)  $(x^3 - x^2 - 13x - 14) : (x^2 - 3x - 7)$ ;                      d)  $(x^4 - 11x^2 - 36x - 35) : (x^2 + 3x + 5)$ ;  
 e)  $(x^3 - x^2 - 5x + 21) : (x^2 - 4x + 7)$ ;                      f)  $(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) : (x^2 + 2x + 1)$ .

**Bài tập 4.** Cho hai đa thức  $A = x^4 - 2x^3 + x^2 + 13x - 11$  và  $B = x^2 - 2x + 3$ . Tìm thương  $Q$  và dư  $R$  sao cho  $A = BQ + R$ .

**Bài tập 5.** Cho hai đa thức  $A = 2x^4 - 10x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ ;  $B = 2x^2 + 1$ . Tìm đa thức dư  $R$  trong phép chia  $A$  cho  $B$  rồi viết  $A = BQ + R$ .

**Bài tập 6.** Tìm  $a$  sao cho đa thức  $x^4 - x^3 + 6x^2 - x + a$  chia hết cho đa thức  $x^2 - x + 5$ .

**Bài tập 7.** Cho hai đa thức  $A = 6x^3 + 7x^2 - 4x + m^2 - 6m + 5$  và  $B = 2x + 1$ .

- a) Tìm đa thức thương và số dư trong phép chia  $A$  cho  $B$ .  
 b) Tìm  $m$  để  $A$  chia hết cho  $B$ .

# Chương 8

## Tam giác. Tam giác cân

### 8.1 Tổng các góc trong một tam giác

#### 8.1.1 Định lý

**Định lý 8.1.** Tổng số đo ba góc của một tam giác bằng  $180^\circ$ .

**Lưu ý 8.1.**

- Tam giác có ba góc nhọn gọi là tam giác nhọn.
- Tam giác có một góc vuông gọi là tam giác vuông.
- Tam giác có một góc tù gọi là tam giác tù.

#### 8.1.2 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Trong một tam giác tổng ba góc bằng

- A.  $180^\circ$ .                      B.  $200^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $100^\circ$ .

**Câu 2.** Cho  $\triangle ABC$  biết  $\widehat{A} = 40^\circ$ ,  $\widehat{B} = 50^\circ$  số đo góc C là

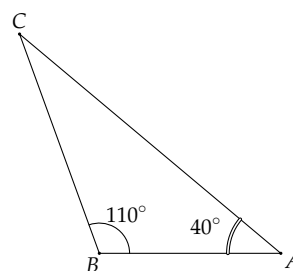
- A.  $50^\circ$ .                      B.  $80^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $100^\circ$ .

**Câu 3.** Cho  $\triangle MNP$  vuông tại M, biết  $\widehat{N} = 35^\circ$ , số đo góc P là

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $55^\circ$ .                      C.  $65^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 4.** Số đo góc C trong hình vẽ là

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $50^\circ$ .                      C.  $40^\circ$ .                      D.  $70^\circ$ .

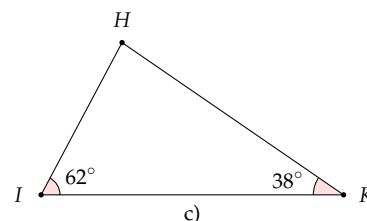
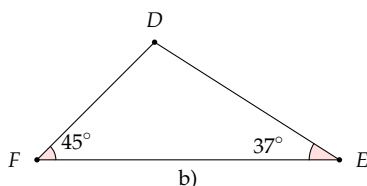
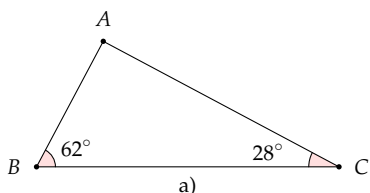


**Câu 5.** Cho  $\triangle ABC$  biết  $\widehat{B} = 30^\circ$ ,  $\widehat{C} = 45^\circ$ . Góc ngoài tại đỉnh A có số đo bằng

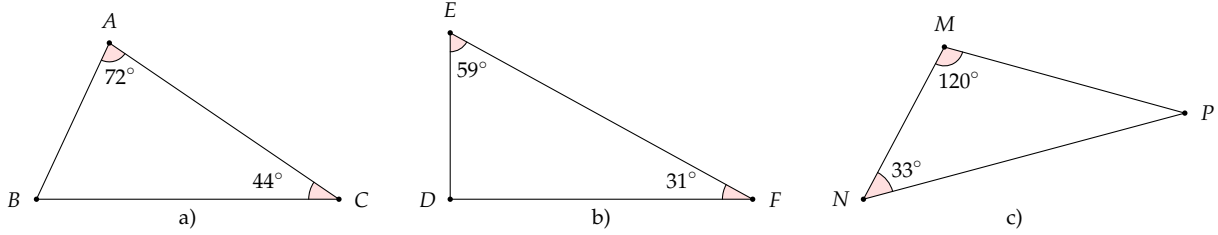
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $75^\circ$ .                      D.  $105^\circ$ .

#### BÀI TẬP

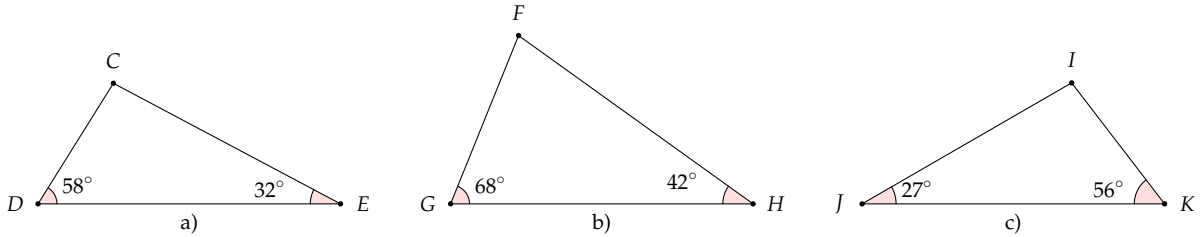
**Bài tập 1.** Tìm số đo các góc chưa biết của các tam giác trong hình vẽ sau:



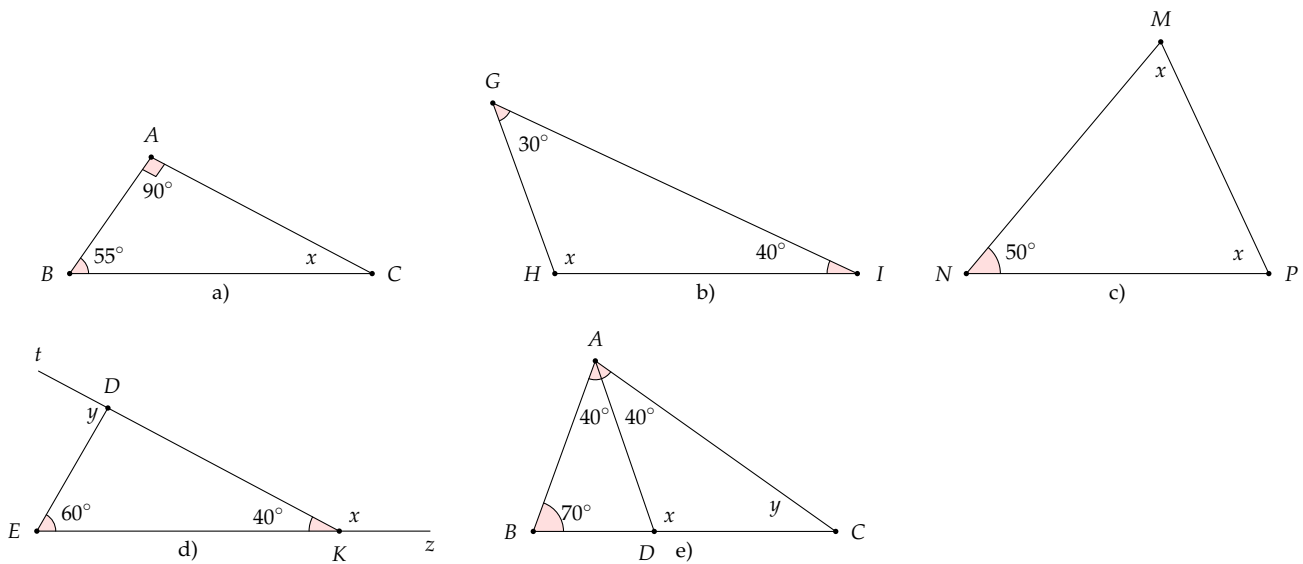
**Bài tập 2.** Tìm số đo các góc chưa biết của các tam giác trong hình vẽ sau:



**Bài tập 3.** Tìm số đo các góc chưa biết của các tam giác trong hình vẽ sau và cho biết nào là tam giác nhọn, nào là tam giác tù, nào là tam giác vuông?



**Bài tập 4.** Tính các số đo  $x$  và  $y$  của mỗi tam giác trong hình vẽ sau:



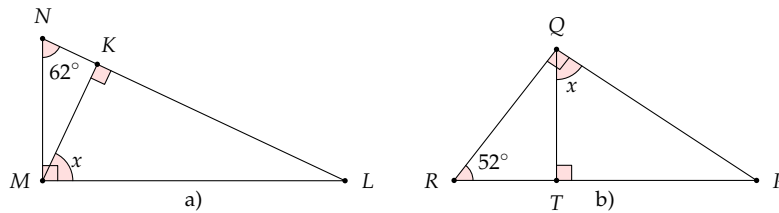
**Bài tập 5.** Vẽ tam giác  $ABC$ . Giả sử  $\widehat{A} = 57^\circ, \widehat{B} = 63^\circ$ . Tính  $\widehat{C}$ .

**Bài tập 6.** Vẽ  $\triangle DEF$ . Giả sử  $\widehat{DEF} = 40^\circ, \widehat{EDF} = 75^\circ$ . Tính  $\widehat{DFE}$ .

**Bài tập 7.** Vẽ  $\triangle ABC$ . Giả sử  $\widehat{A} = 40^\circ, \widehat{B} = 70^\circ$ . Chứng minh:  $\widehat{B} = \widehat{C}$ .

**Bài tập 8.** Vẽ  $\triangle ABC$  có đường phân giác  $AD$ . Giả sử  $\widehat{B} = 70^\circ, \widehat{C} = 50^\circ$ . Tính  $\widehat{BAD}$ .

**Bài tập 9.** Tính số đo của góc  $x$  trong hình vẽ



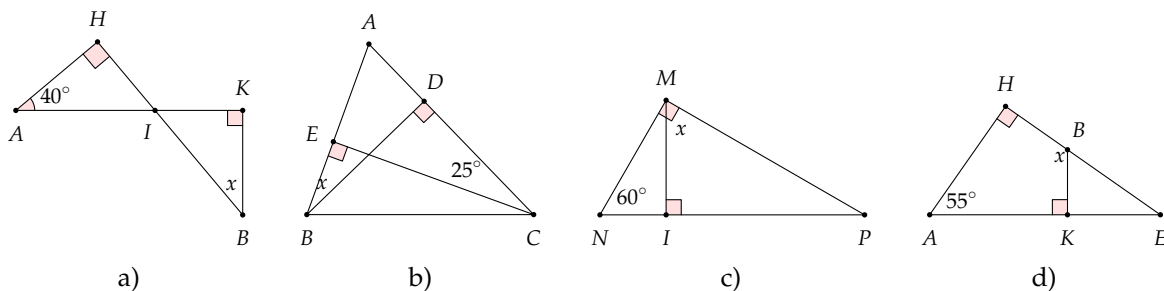
**Bài tập 10.** Vẽ tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Giả sử  $\widehat{B} = 55^\circ$ . Tính  $\widehat{C}$ .

**Bài tập 11.** Vẽ  $\triangle AHC$  vuông ở  $H$ , có đường phân giác  $CF$ . Giả sử  $\widehat{A} = 32^\circ$ .

a) Tính  $\widehat{ACH}$  và  $\widehat{HCF}$ .

b) Tính  $\widehat{HFC}$ .

**Bài tập 12.** Tìm số đo  $x$  trong hình vẽ

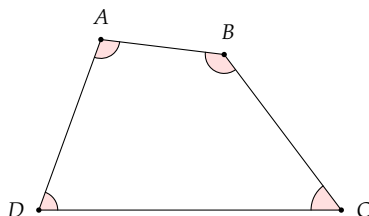


**Bài tập 13.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  ( $H \in BC$ ).

- a) Tìm các cặp góc phụ nhau trong hình vẽ.
- b) Tìm các cặp góc nhọn bằng nhau trong hình vẽ.

**Bài tập 14.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$  có. Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . Giả sử  $\widehat{C} = 30^\circ$ . Tính  $\widehat{B}$ ,  $\widehat{HAC}$  rồi cho nhận xét về hai góc này.

**Bài tập 15.** Hãy chia tứ giác  $ABCD$  trong hình vẽ thành hai tam giác để tính tổng số đo của bốn góc  $\widehat{A}$ ,  $\widehat{B}$ ,  $\widehat{C}$ ,  $\widehat{D}$ .



**Bài tập 16.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{B} = 80^\circ$ ,  $\widehat{C} = 30^\circ$ . Tia phân giác của góc  $\widehat{A}$  cắt  $BC$  ở  $D$ . Tính  $\widehat{ADC}$ ,  $\widehat{ADB}$ .

**Bài tập 17.** Vẽ  $\triangle ABC$ . Giả sử  $\widehat{ABC} = 80^\circ$ ,  $\widehat{ACB} = 40^\circ$ . Hai tia phân giác kẻ từ đỉnh  $B$  và  $C$  cắt nhau tại  $I$ . Tính  $\widehat{IBC} + \widehat{ICB}$  và tính  $\widehat{BIC}$ .

**Bài tập 18.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$ . Lấy  $D$  thuộc cạnh  $AC$ . Vẽ  $DE$  vuông góc với  $BC$  ở  $E$ . Chứng minh  $\widehat{B} = \widehat{CDE}$ .

**Bài tập 19.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn. Vẽ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$  và  $BD$  vuông góc với  $AC$  tại  $D$ ,  $AH$  và  $BD$  cắt nhau tại  $I$ . Giả sử  $\widehat{C} = 60^\circ$ . Tính  $\widehat{BIH}$ .

**Bài tập 20.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có  $BD \perp AC$  tại  $D$  và  $CE \perp AB$  tại  $E$ ,  $BD$  cắt  $CE$  ở  $I$ .  $\widehat{BIC}$  kề bù với góc nào? Chứng minh  $\widehat{BIC}$  bù với  $\widehat{A}$ .

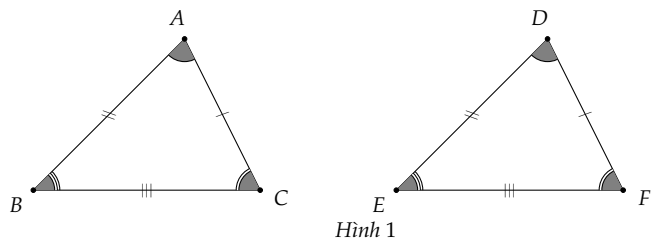
**Bài tập 21.** Cho  $\widehat{xOy}$  là góc nhọn có điểm  $I$  bên trong. Vẽ  $IA$  vuông góc  $Ox$  ở  $A$ ,  $IB$  vuông góc  $Oy$  ở  $B$ . Gọi  $Oz$  là tia đối của tia  $Oy$ . Chứng minh  $\widehat{xOz} = \widehat{AIB}$  (Gợi ý:  $AI$  kéo dài cắt  $Oy$  tại  $D$ ).

## 8.2 Hai tam giác bằng nhau

### 8.2.1 Khái niệm

**Định nghĩa 8.1.** Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.

**Kí hiệu:** Hai tam giác  $ABC$  và  $DEF$  bằng nhau được kí hiệu là  $\triangle ABC = \triangle DEF$ .



### 8.2.2 Bài tập

**TRẮC NGHIỆM**

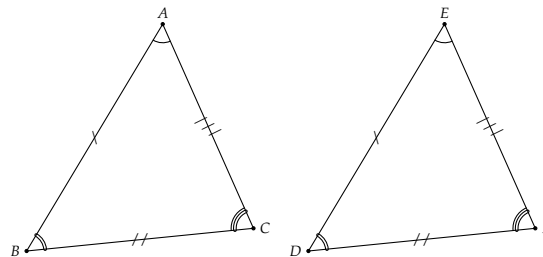
**Câu 1.** Chọn phát biểu đúng

- A. Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các góc bằng nhau.
- B. Hai tam giác bằng nhau thì có các cạnh bằng nhau.
- C. Hai tam giác có các góc tương ứng bằng nhau, các cạnh tương ứng bằng nhau thì hai tam giác đó bằng nhau.
- D. Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh bằng nhau và có các góc bằng nhau.

**Câu 2.** Cho hai tam giác  $MNP$  và  $DEF$  có  $MN = DE, MP = DF, NP = EF, \widehat{M} = \widehat{D}, \widehat{N} = \widehat{E}, \widehat{P} = \widehat{F}$ . Ta có:

- A.  $\triangle MNP = \triangle DEF$ .
- B.  $\triangle MPN = \triangle EDF$ .
- C.  $\triangle NPM = \triangle DFE$ .
- D.  $\triangle NMP = \triangle FDE$ .

**Câu 3.** Cho hình sau:



Hai tam giác bằng nhau là:

- A.  $\triangle ABC = \triangle EFD$ .
- B.  $\triangle ABC = \triangle EDF$ .
- C.  $\triangle ACB = \triangle DEF$ .
- D.  $\triangle ACB = \triangle FDE$ .

**Câu 4.** Cho  $\triangle ABC$  và tam giác tạo bởi ba đỉnh  $H, I, K$  bằng nhau. Biết  $AC = IK, BC = HI$ . Cách viết nào sau đây là đúng?

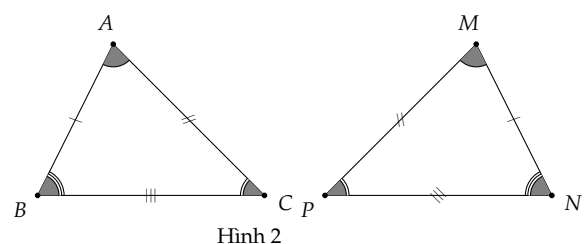
- A.  $\triangle ABC = \triangle KHI$ .
- B.  $\triangle ABC = \triangle IKH$ .
- C.  $\triangle ABC = \triangle HKI$ .
- D.  $\triangle ABC = \triangle KIH$ .

**Câu 5.** Cho tam giác  $\triangle ABC = \triangle MNP$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $AB = MN$ .
- B.  $\widehat{A} = \widehat{P}$ .
- C.  $MP = AC$ .
- D.  $\widehat{B} = \widehat{N}$ .

**BÀI TẬP**

**Bài tập 1.** Quan sát hình 2. Hai tam giác  $ABC$  và  $MNP$  có bằng nhau không? Hãy chỉ ra các cặp góc và các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.

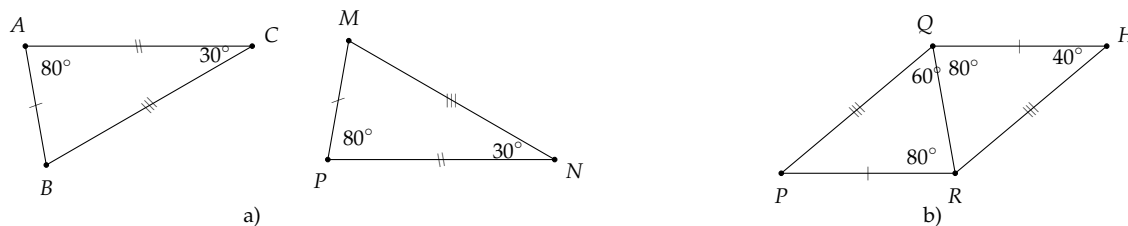


**Bài tập 2.** Cho  $\triangle ABC = \triangle DEF$ . Em hãy chỉ ra các cặp cạnh và góc tương ứng bằng nhau.

**Bài tập 3.** Cho  $\triangle ABC = \triangle HIK$ .

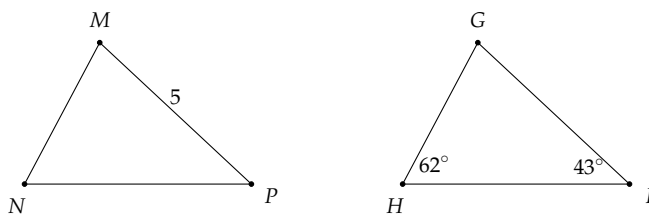
- a) Tìm cạnh tương ứng với cạnh  $BC$ . Tìm góc tương ứng với góc  $H$ .
- b) Tìm các cạnh bằng nhau, tìm các góc bằng nhau.

**Bài tập 4.** Tìm trong các hình  $a$  và hình  $b$  dưới đây các tam giác bằng nhau (các cạnh bằng nhau được đánh dấu bởi những kí hiệu giống nhau). Kể tên các đỉnh tương ứng của các tam giác bằng nhau đó. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của các tam giác đó.



Hình 3

**Bài tập 5.** Trong hình 4, cho biết  $\triangle GHI = \triangle MNP$ . Hãy tính số đo góc  $M$  và độ dài cạnh  $GI$ .



Hình 4

**Bài tập 6.** Cho  $\triangle DEF = \triangle HIK$  và  $\widehat{D} = 73^\circ, DE = 5 \text{ cm}, IK = 7 \text{ cm}$ . Tính số đo  $\widehat{H}$  và độ dài  $HI, EF$ .

**Bài tập 7.** Cho  $\triangle ABC = \triangle HIK$  trong đó  $AB = 2 \text{ cm}, \widehat{B} = 40^\circ, BC = 4 \text{ cm}$ . Em có thể suy ra số đo của những cạnh nào, những góc nào của tam giác  $HIK$ ?

**Bài tập 8.** Cho  $\triangle MFN = \triangle PED$ . Tính chu vi mỗi tam giác nói trên biết rằng  $AB = 4 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}, DF = 5 \text{ cm}$  (chu vi của một tam giác là tổng độ dài ba cạnh của tam giác).

**Bài tập 9.** Cho  $\triangle MNP = \triangle DEF$  và  $MN = 4 \text{ cm}, MP = 5 \text{ cm}, EF = 6$  tính chu vi  $\triangle MNP$ .

**Bài tập 10.** Cho hai tam giác bằng nhau: tam giác  $ABC$  (không có hai góc nào bằng nhau, không có hai cạnh nào bằng nhau) và một tam giác có ba đỉnh là  $H, I, K$ . Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác đó biết rằng:  $AB = KI, \widehat{B} = \widehat{K}$ .

### 8.3 Ba trường hợp hai tam giác bằng nhau

#### 8.3.1 Các định lý

**Định lý 8.2.** Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

**Định lý 8.3.** Nếu hai cạnh và góc xen giữa hai cạnh ấy của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa hai cạnh ấy của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

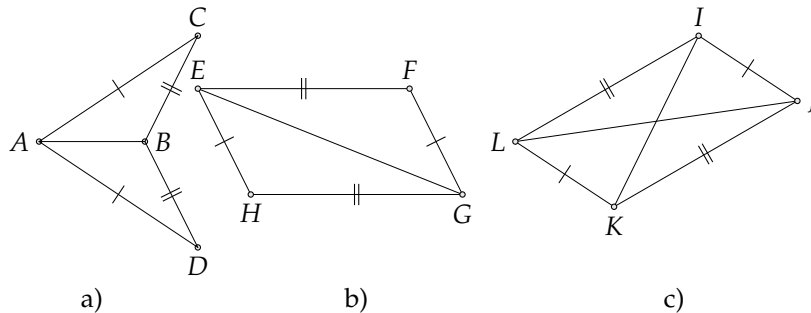
**Định lý 8.4.** Nếu một cạnh và hai góc kề cạnh ấy của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề cạnh ấy của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

#### 8.3.2 Bài tập

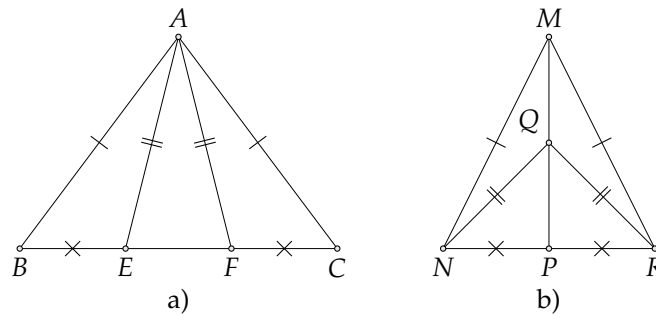
❖ BÀI TẬP ❖

#### A. Tìm và chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh

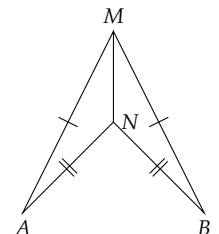
**Bài tập 1.** Trong các tam giác dưới đây có những tam giác nào bằng nhau?



**Bài tập 2.** Trong hình sau có những tam giác nào bằng nhau?



**Bài tập 3.** Cho  $\triangle AMN$  và  $\triangle BMN$  có  $MA = MB, NA = NB$ . Chứng minh  $\triangle AMN = \triangle BMN$ .



**Bài tập 4.** Cho hai tam giác  $ABC$  và  $ABD$  có  $AB = BC = CA = 3 \text{ cm}, AD = BD = 2 \text{ cm}$  ( $C$  và  $D$  nằm khác phía với  $AB$ ). Chứng minh  $\widehat{CAD} = \widehat{CBD}$ .

**Bài tập 5.** Cho tứ giác  $MNPQ$  có  $MN = PQ, MQ = NP$ . Chứng minh

- a)  $\triangle MNP = \triangle PQM$ ;
- b)  $MN \parallel PQ$  và  $MQ \parallel NP$ .

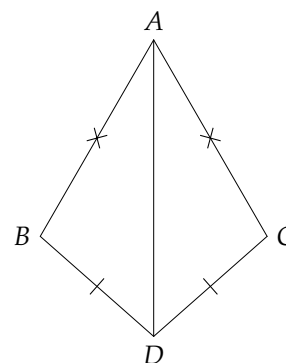
**Bài tập 6.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC, D$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Chứng minh

- a)  $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ ;
- b)  $AD$  là phân giác góc  $\widehat{BAC}$ ;

c)  $AD$  là trung trực của đoạn  $BC$ .

**Bài tập 7.** Cho hình vẽ bên, có  $AB = AC$  và  $BD = DC$ . Chứng minh

- a)  $\triangle ABD = \triangle ACD$ .
- b)  $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$ .
- c)  $AD$  là phân giác góc  $\widehat{BAC}$ .



**Bài tập 8.** Trên cạnh  $Ax$  và  $Ay$  của  $\widehat{xAy}$ , lần lượt lấy điểm  $B$  và  $C$  sao cho  $AB = AC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ . So sánh  $\triangle AMB$  và  $\triangle AMC$ .

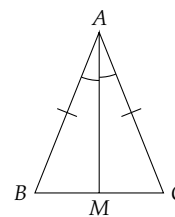
**Bài tập 9.** Tam giác  $DEF$  có  $DE = DF$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$ . So sánh  $\triangle DEI$  và  $\triangle DFI$ .

**Bài tập 10.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có  $AB < AC$ . Vẽ tia đối của tia  $AB$ , trên đó lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AC$ . Vẽ tia đối của tia  $AC$ , trên đó lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = AB$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm  $CD$  và  $BE$ . Chứng minh:

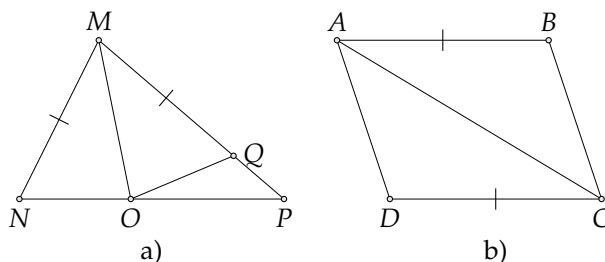
- a)  $\triangle ADM = \triangle ACM$ .
- b)  $\triangle AEN = \triangle ABN$ .

**B. Hai tam giác bằng nhau trường hợp cạnh - góc - cạnh**

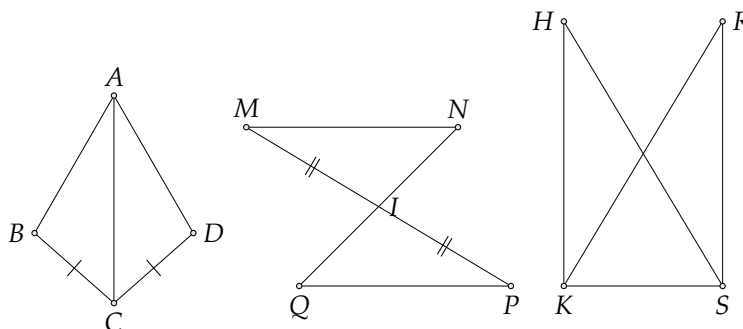
**Bài tập 11.** Cho hình vẽ bên, biết  $AB = AC$ ,  $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$ . Chứng minh  $\triangle ABM = \triangle ACM$ .



**Bài tập 12.** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau?



**Bài tập 13.** Nêu thêm một điều kiện để mỗi hình dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh.



**Bài tập 14.** Cho  $Oz$  là tia phân giác góc  $\widehat{xOy}$ . Trên các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt lấy các điểm  $A, B, C$  (khác  $O$ ) sao cho  $OA = OB$ . Chứng minh  $\triangle OAC = \triangle OBC$ .

**Bài tập 15.** Cho góc  $\widehat{xAy}$ . Lấy điểm  $B$  trên  $Ax$ , điểm  $D$  trên  $Ay$  sao cho  $AB = AD$ . Trên tia  $Bx$  lấy điểm  $E$ , trên tia  $Dy$  lấy điểm  $C$  sao cho  $BE = DC$ . Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle ADE$ .

**Bài tập 16.** Qua trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$ , kẻ đường thẳng vuông góc với  $AB$ , trên đường thẳng vuông góc đó lấy hai điểm  $C$  và  $D$ . Nối  $CA, CB, DA, DB$ . Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

**Bài tập 17.** Qua trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $AB$ . Trên đường thẳng đó lấy điểm  $K$ . Chứng minh  $KM$  là tia phân giác của góc  $\widehat{AKB}$ .

**Bài tập 18.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{B} = 90^\circ, AC = 2AB$ . Kẻ phân giác  $AE$  của góc  $\widehat{A}$  ( $E \in BC$ ),  $D$  là trung điểm  $AC$ .

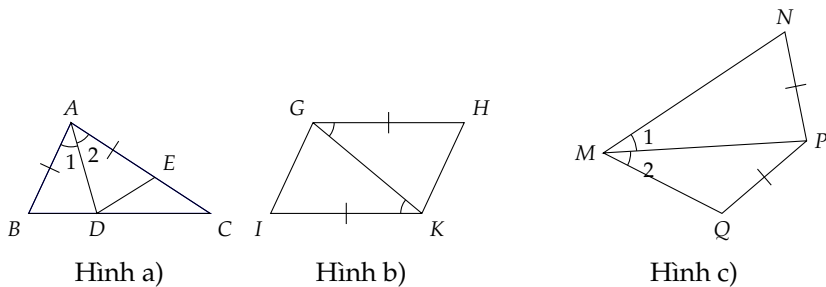
- a) Chứng minh  $ED \perp AC$ ;
- b) Chứng minh  $EA = EC$ ;

c) Tính các góc  $\widehat{BAC}$  và  $\widehat{BCA}$  của  $\triangle ABC$ .

**Bài tập 19.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{B} < 90^\circ$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $BC$  chứa điểm  $A$ , vẽ tia  $Bx \perp BC$ , trên tia  $Bx$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BD = BC$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $AB$  chứa điểm  $C$ , vẽ tia  $By \perp BA$ , trên tia  $By$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BE = BA$ . Kéo dài  $DA$  cắt  $BC, EC$  lần lượt lại  $H, K$ . Chứng minh

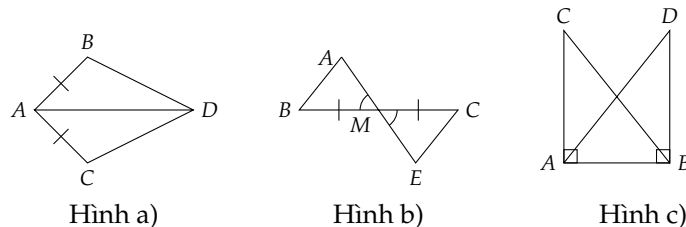
- a)  $\widehat{DBA} = \widehat{CBE}$ ;
- b)  $DA = EC$ ;
- c)  $DK \perp EC$ .

**Bài tập 20.** Ở mỗi hình dưới đây có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?



**Bài tập 21.** Nêu thêm một điều kiện để hai tam giác trong mỗi hình vẽ dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh:

- a)  $\triangle ADB = \triangle ADC$  (hình a).
- b)  $\triangle AMB = \triangle EMC$  (hình b).
- c)  $\triangle CAB = \triangle DBA$  (hình c).



**Bài tập 22.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ . Kéo dài  $BA$  về phía  $A$  thêm một đoạn  $AD$  bằng với đoạn  $AB$ . Kéo dài  $CA$  về phía  $A$  thêm một đoạn  $AE$  bằng với đoạn  $AC$ . So sánh  $\triangle ABC$  và  $\triangle AED$ .

**Bài tập 23.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ . Vẽ tia đối của tia  $AB$ , trên đó lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AC$ . Vẽ tia đối của tia  $AC$ , trên đó lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = AB$ . So sánh  $\triangle ABC$  và  $\triangle AED$ .

**Bài tập 24.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ , (đoạn thẳng  $AM$  được gọi là đường trung tuyến của  $\triangle ABC$ ). Lấy điểm  $I$  bất kì trên đường trung tuyến  $AM$ . Trên tia đối của tia  $MA$  lấy  $E$  sao cho  $ME = MI$ . So sánh  $\triangle BMI$  và  $\triangle MEC$ .

**Bài tập 25.** Cho  $O$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AD$ . Vẽ đường thẳng  $xy$  đi qua  $O$ . Lấy điểm  $B$  thuộc tia  $Ox$  và điểm  $C$  thuộc tia  $Oy$  sao cho  $OB = OC < OA$ . So sánh  $\triangle OAB$  và  $\triangle OCD$ .

**Bài tập 26.** Vẽ  $\widehat{xOy}$  và tia phân giác  $Ot$ . Trên  $Ox$  và  $Oy$  lần lượt lấy điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $OA = OB$ . Trên  $Ot$  lấy điểm  $C$  sao cho  $OC > OA$ . Hãy so sánh  $\triangle OAC$  và  $\triangle OBC$ .

**Bài tập 27.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ , có  $AD$  là đường phân giác. Trên cạnh  $AC$  lấy  $E$  sao cho  $AE = AB$ . So sánh  $\triangle ADB$  và  $\triangle AED$ .

**Bài tập 28.** Trên cạnh  $Ax$  và  $Ay$  của  $\widehat{xAy}$ , lần lượt lấy các điểm  $B$  và  $C$  sao cho  $AB = AC$ . Tia phân giác  $At$  của  $\widehat{xAy}$  cắt  $BC$  tại  $D$ . So sánh  $\triangle ADB$  và  $\triangle CDA$  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

**Bài tập 29.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn và  $AB < AC$  có đường cao  $AH$ . Kéo dài  $AH$  thêm một đoạn  $HD$  bằng với  $HA$ . So sánh  $\triangle ABH$  và  $\triangle BHD$ . So sánh  $\triangle ACH$  và  $\triangle CDH$ .

**Bài tập 30.** Trên cùng phía của đường thẳng  $xy$ , vẽ hai đoạn thẳng  $AH$  và  $BK$  sao cho  $AH \perp xy$  ở  $H$ ,  $BK \perp xy$  ở  $K$  và  $BK = AH$ . So sánh  $\triangle AHK$  và  $\triangle HKB$  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

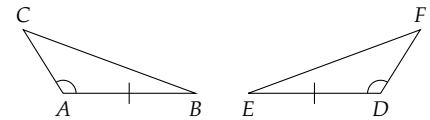
**Bài tập 31.** Trên cùng phía của đường thẳng  $xy$ , vẽ hai đoạn thẳng  $AH$  và  $BK$  sao cho  $AH \perp xy$  ở  $H$ ,  $BK \perp xy$  ở  $K$  và  $BK = AH$ . Gọi  $O$  là trung điểm của đoạn  $HK$ . So sánh  $\triangle AOH$  và  $\triangle KOB$  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

**Bài tập 32.** Vẽ đoạn thẳng  $AB$  nằm ngang. Vẽ hai tia  $Ax$  và  $By$  phía dưới đoạn  $AB$  sao cho  $\widehat{BAx} = \widehat{ABy} = 70^\circ$ . Trên tia  $Ax$  và  $By$  lần lượt lấy điểm  $M$  và  $N$  sao cho  $AM = BN$ . So sánh  $\triangle ABM$  và  $\triangle ABN$  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

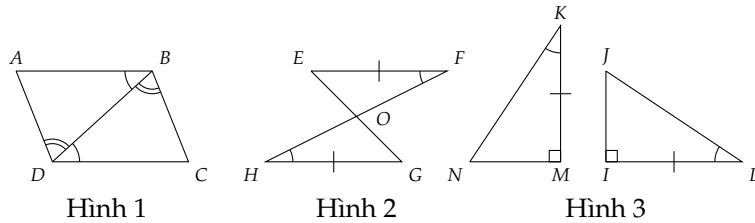
**Bài tập 33.** Cho  $\widehat{xAy}$ . Trên cạnh  $Ax$  lấy điểm  $B$  và  $D$  ( $B$  nằm giữa  $A$  và  $D$ ). Trên cạnh  $Ay$  lấy  $C$  và  $E$  sao cho  $AC = AB$ ,  $AE = AD$ . So sánh  $\triangle ABE$  và  $\triangle ADC$  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

**C. Hai tam giác bằng nhau góc - cạnh - góc**

**Bài tập 34.** Cho hình vẽ bên, biết  $AB = DE$ ,  $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$ ,  $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ . Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle DEF$ .



**Bài tập 35.** Ở mỗi hình dưới đây, các tam giác nào bằng nhau, vì sao?



**Bài tập 36.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$  và  $\triangle DEF$  vuông ở  $D$  có  $AB = DE$  và  $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ . So sánh  $\triangle ABC$  và  $\triangle DEF$ .

**Bài tập 37.** Vẽ  $\widehat{xAy}$  và tia phân giác  $At$ . Lấy điểm  $D$  trên  $At$ . Từ  $D$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $At$  và cắt  $Ax$ ,  $Ay$  lần lượt tại  $B$  và  $C$ . Hãy so sánh  $\triangle ABD$  và  $\triangle ADC$ .

**Bài tập 38.** Trên cạnh  $Ax$  và  $Ay$  của  $\widehat{xAy}$ , lần lượt lấy  $B$  và  $C$  sao cho  $AB = AC$ . Vẽ tia  $Bt \perp Ax$  và cắt  $Ay$  ở  $H$ . Vẽ tia  $Cz \perp Ay$  và cắt  $Ax$  tại  $E$ . So sánh  $\triangle ABH$  và  $\triangle AEC$ .

**Bài tập 39.** Vẽ đoạn thẳng  $BD$  (thẳng đứng) có trung điểm  $A$ . Vẽ đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  không vuông góc với  $BD$  (đường xiên). Kẻ tia  $Bx$  vuông góc  $BD$  và cắt  $d$  tại  $C$ . Kẻ tia  $Dy$  vuông góc với  $BD$  và cắt  $d$  tại  $E$ . So sánh  $\triangle ABC$  và  $\triangle DAE$ .

**Bài tập 40.** Cho hai đường thẳng  $a // b$ . Lấy điểm  $A$  thuộc  $a$  và điểm  $B$  thuộc  $b$ . Gọi  $O$  là trung điểm  $AB$ . Vẽ đường thẳng qua  $O$  và cắt  $a$  và  $b$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ . So sánh  $\triangle OAI$  và  $\triangle OBK$ .

**Bài tập 41.** Cho đoạn thẳng  $AB$ . Vẽ đường thẳng  $xy // AB$ . Lấy điểm  $C$  trên  $xy$  sao cho  $BC$  không vuông góc  $xy$ . Lấy điểm  $D$  trên  $xy$  sao cho  $AD // BC$ . Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle CDA$ .

**Bài tập 42.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$  và có đường phân giác  $AD$ .

- a)  $\widehat{ADB}$  và  $\widehat{ADC}$  là góc ngoài của những tam giác nào? Chứng minh  $\widehat{ADB} = \widehat{ADC}$ .
- b) So sánh  $\triangle ABD$  và  $\triangle ADC$

**Bài tập 43.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB = AC$ ). Trên tia  $AB$ ,  $AC$  lần lượt lấy các điểm  $M$ ,  $N$  sao cho  $AM = AN$ . Nối  $BM$  và  $CN$ , chúng cắt nhau tại  $I$ . Chứng minh:

- a)  $BM = CN$ ;
- b)  $\triangle BMC = \triangle CNB$  và  $\triangle BIM = \triangle CIN$ ;
- c)  $AI$  là phân giác của góc  $\widehat{A}$ .

**Bài tập 44.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AC = 2AB$ , kẻ phân giác  $AE$  ( $E \in BC$ ). Từ  $E$  vẽ  $EI \perp AC$ ;

- a) Chứng minh  $AI = AB$ ; Từ đó suy ra  $I$  là trung điểm  $AC$ ;
- b) Tính các góc  $A, C$  của tam giác  $ABC$ .

**Bài tập 45.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $D$  là trung điểm  $AB$ . Đường thẳng kẻ qua  $D$  và song song với  $BC$  cắt  $AC$  tại  $E$ , đường thẳng kẻ qua  $E$  và song song với  $AB$  cắt  $BC$  tại  $F$ . Chứng minh:

- a)  $AD = EF$ ;
- b)  $\triangle EFD = \triangle FEC$ ;
- c)  $F$  là trung điểm  $BC$ .

**Bài tập 46.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < BC$ ) có  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Vẽ  $BI$  và  $CK$  vuông góc với đường thẳng  $AM$ . Chứng minh:

- a)  $BI = CK$ ;
- b)  $CI \parallel BK$ .

**Bài tập 47.** Cho  $\triangle ABC$  có điểm  $M$  là trung điểm  $BC$ . Kéo dài  $AM$  lấy  $MD = MA$ .

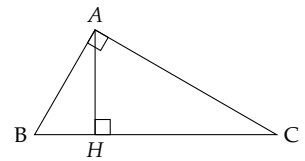
- a) Chứng minh  $\triangle ABM = \triangle DCM$ ;  $\triangle ACM = \triangle DBM$  rồi viết các cặp cạnh và góc tương ứng bằng nhau.
- b) So sánh  $\triangle ABD$  và  $\triangle DCA$ .

**Bài tập 48.** Trên cùng một phía của đường thẳng  $xy$ , vẽ hai đoạn thẳng  $AH$  và  $BK$  sao cho  $AH$  vuông với  $xy$  ở  $H$ ;  $BK$  vuông với  $xy$  ở  $K$  và  $BK = AH$ .

- a) Chứng minh  $\triangle AHK = \triangle BKH$  rồi viết các cặp cạnh và cặp góc tương ứng bằng nhau.
- b) So sánh  $\triangle AHB$  và  $\triangle BKA$ .

**Bài tập 49.**

Cho hình vẽ bên, tam giác  $ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$ . Kẻ  $AH$  vuông góc  $BC$  ( $H \in BC$ ). Các tam giác  $AHC$  và  $BAC$  có  $AC$  là cạnh chung,  $\widehat{C}$  là góc chung,  $\widehat{AHC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$ , nhưng hai tam giác đó không bằng nhau. Tại sao ở đây không thể áp dụng trường hợp góc - cạnh - góc để kết luận  $\triangle AHC = \triangle BAC$ ?



**Bài tập 50.** Cho tam giác  $MNP$  có  $\widehat{M} = \widehat{N}$ . Kẻ  $ME$  là phân giác của góc  $\widehat{M}$  ( $E \in NP$ ), kẻ  $NF$  là phân giác của góc  $\widehat{N}$  ( $F \in MP$ ). Chứng minh  $ME = NF$ .

**Bài tập 51.** Cho tam giác  $ABC$ , đường phân giác  $\widehat{A}$  cắt đường phân giác  $\widehat{B}$  tại  $O$ . từ  $O$  hạ  $OE \perp AB$  ( $E \in AB$ ),  $OF \perp AC$  ( $F \in AC$ ),  $OI \perp BC$  ( $I \in BC$ ). Chứng minh  $OE = OF = OI$ .

**Bài tập 52.** Cho góc  $xOy$  và điểm  $M$  nằm trong góc đó. Qua điểm  $M$  kẻ đường thẳng song song  $Ox$ , và đường thẳng này cắt  $Oy$  tại  $B$ . Qua điểm  $M$  kẻ đường thẳng song song  $Oy$ , và đường thẳng này cắt  $Ox$  tại  $A$

- a) Chứng minh  $MA = OB$ ;  $MB = OA$ .
- b) Trên tia đối của tia  $OA$  lấy điểm  $C$  sao cho  $AC = OA$ . Đường thẳng  $CM$  cắt  $Oy$  tại  $D$ . Chứng minh  $CM = DM$ .

**Bài tập 53.** Cho tam giác  $OAB$ . Trên tia đối của tia  $OA$  lấy điểm  $C$  sao cho  $OC = OA$ , trên tia đối của tia  $OB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $OD = OB$ .

- a) Chứng minh:  $CD \parallel AB$ ;
- b) Gọi  $M$  là một điểm nằm giữa  $A, B$ . Tia  $MO$  cắt  $CD$  tại  $N$ . Chứng minh  $MA = NC$ ;  $MB = ND$ .
- c) Từ  $M$  kẻ  $MI \perp OA$ , từ  $N$  kẻ  $NF \perp OC$ . Chứng minh  $MI = NF$ .

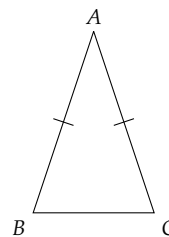
## 8.4 Tam giác cân

### 8.4.1 Khái niệm

**Định nghĩa 8.2.** Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Trong hình bên

- Tam giác  $ABC$  cân ở  $A$
- $AB$  và  $AC$  là các cạnh bên
- $BC$  là cạnh đáy
- Góc  $B$  và góc  $C$  là các góc ở đáy
- Góc  $A$  là góc ở đỉnh



**Định lý 8.5.** Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

**Định lý 8.6.** Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

### 8.4.2 Bài tập

#### TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Một tam giác cân có số đo góc ở đỉnh bằng  $50^\circ$ . Số đo mỗi góc ở đáy của tam giác cân đó là

- A.  $50^\circ$ .                      B.  $55^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $65^\circ$ .

**Câu 2.** Một tam giác cân có số đo góc ở đáy bằng  $50^\circ$ . Số đo góc ở đỉnh của tam giác cân đó là

- A.  $80^\circ$ .                      B.  $55^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $65^\circ$ .

**Câu 3.** Một tam giác cân có số đo góc ở đáy gấp hai lần số đo góc ở đỉnh. Số đo góc ở đỉnh của tam giác cân đó là

- A.  $40^\circ$ .                      B.  $36^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $65^\circ$ .

**Câu 4.** Một tam giác cân có số đo góc ở đáy gấp hai lần số đo góc ở đỉnh. Số đo góc ở đáy của tam giác cân đó là

- A.  $50^\circ$ .                      B.  $56^\circ$ .                      C.  $72^\circ$ .                      D.  $65^\circ$ .

**Câu 5.** Một tam giác cân có số đo góc ở đỉnh gấp hai lần số đo góc ở đáy. Số đo góc ở đáy của một tam giác cân đó là

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $50^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $65^\circ$ .

#### BÀI TẬP

**Bài tập 1.** Cho  $\widehat{xOy}$ . Trên  $Ox$  lấy điểm  $A$ , trên  $Oy$  lấy điểm  $B$  sao cho  $OA = OB$ . Chứng minh  $\triangle OAB$  cân.

**Bài tập 2.** Dùng thước có chia centimét và compa vẽ tam giác  $ABC$  cân tại  $B$  có cạnh đáy bằng 3 cm, cạnh bên bằng 4 cm.

**Bài tập 3.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ . Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AC = AD$ . Trên tia đối của tia  $AC$ , lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = AB$ .

- a) Chứng minh  $\triangle ABE$  cân.                      b) Tam giác  $ADC$  là tam giác gì?

**Bài tập 4.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB < AC$ . Lấy  $M$  trên  $AC$  sao cho  $AM = AB$ . Tam giác  $ABM$  là tam giác gì?

**Bài tập 5.** Cho  $\triangle ABC$ . Trên  $AB$  lấy điểm  $M$ . Trên tia  $AC$  lấy điểm  $N$  sao cho  $AM = AN$ . Tam giác  $AMN$  là tam giác gì?

**Bài tập 6.** Cho góc  $xOy$  có số đo  $120^\circ$ , điểm  $A$  thuộc tia phân giác góc đó. Kẻ  $AB$  vuông góc với  $Ox$  ( $B \in Ox$ ), kẻ  $AC$  vuông góc với  $Oy$  ( $C \in Oy$ ). Tam giác  $ABC$  là tam giác gì? Vì sao?

**Bài tập 7.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ . Chứng minh  $\triangle ABC$  cân.

**Bài tập 8.** Cho đoạn thẳng  $BC$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa  $BC$ , vẽ tia  $Bx$  sao cho  $\widehat{xBC} = 70^\circ$ , vẽ tia  $Cy$  sao cho  $\widehat{yCB} = 70^\circ$ . Tia  $Bx$  và  $Cy$  cắt nhau tại  $E$ . Chứng minh  $\triangle EBC$  cân.

**Bài tập 9.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{ABC} = 80^\circ$ ,  $\widehat{ACB} = 40^\circ$ . Vẽ  $BD$  là đường phân giác của  $\triangle ABC$ .

- a) Tính  $\widehat{DBC}$                       b) Tam giác  $DBC$  là tam giác gì?

**Bài tập 10.** Cho  $\triangle ABC$  cân ở  $A$  có  $\widehat{ABC} = 50^\circ$ .

a) Tính  $\widehat{ACB}$

b) Tính  $\widehat{BAC}$

**Bài tập 11.** Cho  $\triangle DEF$  cân ở  $E$  có  $\widehat{EFD} = 40^\circ$

a) Tính  $\widehat{EDF}$

b) Tính  $\widehat{DEF}$

**Bài tập 12.** Cho  $\triangle ABC$  cân ở  $B$  có  $\widehat{BAC} = 30^\circ$ . Tính  $\widehat{ABC}$ .

**Bài tập 13.** Cho  $\triangle ABC$  cân ở  $A$  có  $\widehat{BAC} = 40^\circ$ . Tính  $\widehat{ABC}$ .

**Bài tập 14.** Cho  $\triangle DEF$  cân tại  $E$  có  $\widehat{DEF} = 50^\circ$ . Tính  $\widehat{EDF}$ .

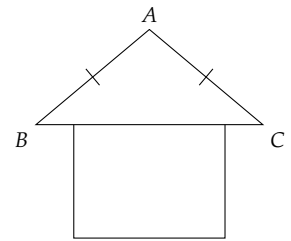
**Bài tập 15.** Cho  $\triangle MNG$  cân tại  $M$  có  $\widehat{NMG} = 120^\circ$ . Tính  $\widehat{MNG}, \widehat{MGN}$ .

**Bài tập 16.**

a) Tính các góc ở đáy của một tam giác cân biết góc ở đỉnh bằng  $40^\circ$ .

b) Tính góc ở đỉnh của một tam giác cân biết góc ở đáy bằng  $40^\circ$ .

**Bài tập 17.** Hai thanh  $AB$  và  $AC$  của vì kèo mái nhà thường bằng nhau và thường tạo với nhau một góc bằng  $145^\circ$ . Tính số đo góc  $\widehat{ABC}$ .



**Bài tập 18.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn. Trên tia đối của tia  $AB$ , lấy  $AD = AC$ , trên tia đối của tia  $AC$  lấy  $AE = AB$ .

a) So sánh  $BC$  và  $DE$

b) Tam giác  $ACD$  và tam giác  $ABE$  là tam giác gì?

c) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BE$ . Chứng minh  $AM$  vuông góc với  $BE$ .

**Bài tập 19.** Vẽ  $\widehat{xOy} < 90^\circ$  và tia phân giác  $Ot$ . Lấy điểm  $A$  thuộc  $Ox$  và  $B$  thuộc  $Oy$  sao cho  $OA = OB$ ;  $C$  là điểm bất kì trên  $Ot$ .

a) Chứng minh tam giác  $CAB$  cân.

b)  $OC$  cắt  $AB$  ở  $D$ . Tính  $\widehat{ADO}$ .

**Bài tập 20.** Vẽ  $\widehat{xOy} = 50^\circ$  và tia phân giác  $Ot$ . Lấy  $A$  thuộc  $Ox$  và  $B$  thuộc  $Oy$  sao cho  $OA = OB$

a) Tính số đo  $\widehat{OAB}$  và  $\widehat{OBA}$ .

b)  $Ot$  cắt  $AB$  ở  $D$ . Chứng minh  $D$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

**Bài tập 21.** Vẽ  $\widehat{xOy} = 60^\circ$ . Lấy  $A, B$  thuộc  $Ox$  sao cho  $A$  nằm giữa  $O$  và  $B$ . Lấy  $C, D$  thuộc  $Oy$  sao cho  $OA = OC, AB = CD$ .

a) Tam giác  $OBD$  là tam giác gì?

b) Tính số đo của  $\widehat{OBD}$ .

c) Chứng minh  $AC \parallel BD$ .

**Bài tập 22.** Vẽ  $\widehat{xOy} = 70^\circ$ . Trên  $Ox$  lấy  $A$  và  $B$  sao cho  $A$  nằm giữa  $O$  và  $B$ . Lấy  $C, D$  trên  $Oy$  sao cho  $OA = OC, AB = CD$ . Tia phân giác của  $\widehat{xOy}$  cắt  $AC$  ở  $M$  và  $BD$  ở  $N$ .

a) Chứng minh tam giác  $OBD$  cân.

b) Tính số đo  $\widehat{OMA}$  và  $\widehat{ONB}$ .

c) Chứng minh  $AC \parallel BD$ .

**Bài tập 23.** Cho  $\widehat{xOy}$  khác góc bẹt. Trên  $Ox$  lấy  $A$  và  $B$  sao cho  $A$  nằm giữa  $O$  và  $B$ . Trên  $Oy$  lấy  $C$  và  $D$  sao cho  $OA = OC; AB = CD$ . Chứng minh  $AC \parallel BD$ .

**Bài tập 24.** Cho  $A, B$  ở về một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng  $xy$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $xy$  ở  $H$  và  $BK$  vuông góc với  $xy$  ở  $K$  sao cho  $AH = BK$ . Gọi  $O$  là trung điểm của đoạn  $HK$ . Chứng minh tam giác  $OAB$  cân.

LUYỆN TẬP

**Bài tập 25.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có đường cao  $AH$ . Trên tia đối của tia  $HA$  lấy  $HE = HA$ . Chứng minh tam giác  $BAE$  và tam giác  $CAE$  cân.

**Bài tập 26.** Cho tam giác  $ABC$  có phân giác  $AD$  và  $AB < AC$ . Trên  $AC$  lấy  $AE = AB$ .

a) Chứng minh tam giác  $BDE$  cân.

b)  $AD$  cắt  $BE$  ở  $I$ . Tính số đo  $\widehat{AIB}$ .

c) Tia  $DA$  là gì của  $\widehat{BDE}$ ?

**Bài tập 27.** Cho  $A, B$  ở cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng  $xy$ . Kẻ  $AH, BK$  cùng vuông góc với  $xy$  ở  $H$  và  $K$  sao cho  $AH = BK$ .

- So sánh tam giác  $AHK$  và tam giác  $BKH$ .
- Gọi  $O$  là giao điểm của  $AK$  và  $BH$ . Chứng minh tam giác  $OHK$  là tam giác cân.

**Bài tập 28.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  có hai đường trung tuyến  $BM$  và  $CN$  cắt nhau ở  $G$ .

- Chứng minh  $AM = AN, MC = NB$ .
- So sánh  $BM$  và  $CN$ .
- Tam giác  $GBC$  là tam giác gì?

**Bài tập 29.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  có hai đường trung tuyến  $BM$  và  $CN$ . Chứng minh:

- Tam giác  $AMN$  cân.
- $MN \parallel BC$ .

**Bài tập 30.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  có hai đường phân giác  $BD$  và  $CE$  cắt nhau ở  $I$ .

- Chứng minh tam giác  $IBC$  cân.
- So sánh  $BD$  và  $CE$ .
- Tam giác  $ADE$  là tam giác gì?

**Bài tập 31.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn. Trên tia đối của tia  $AB$  lấy  $AD = AC$ , trên tia đối của tia  $AC$  lấy  $AE = AB$ .

- Tam giác  $ACD$  và tam giác  $ABE$  là tam giác gì?
- Chứng minh  $CD \parallel BE$ .
- Gọi  $M$  là trung điểm của  $BE$ . Chứng minh  $AM$  vuông góc  $BE$ .
- Kéo dài  $MA$  cắt  $CD$  ở  $N$ . Tính số đo  $\widehat{ANC}$ .

**Bài tập 32.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn. Trên tia đối của tia  $AB$ , lấy  $AD = AC$ . Trên tia đối của tia  $AC$  lấy  $AE = AB$ . Chứng minh  $BE \parallel CD$ .

**Bài tập 33.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn. Trên tia đối của tia  $AB$ , lấy  $AD = AC$ , trên tia đối của tia  $AC$  lấy  $AE = AB$ .

- Tam giác  $ACD$  và tam giác  $ABE$  là tam giác gì?
- Vẽ đường thẳng  $xAy$  sao cho  $Ax$  là tia phân giác của  $\widehat{CAD}$  Chứng minh  $Ay$  là phân giác của  $\widehat{BAE}$
- $xAy$  cắt  $CD$  ở  $M$  và  $BE$  ở  $N$ . Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $CD$  và  $\widehat{BNA} = 90^\circ$ .

**Bài tập 34.** Cho  $\widehat{xOy} = 60^\circ$  và điểm  $M$  nằm trong  $\widehat{xOy}$  ( $M$  không nằm trên tia  $Ox$  và  $Oy$ ). Kẻ  $MH$  vuông góc  $Ox$  ở  $H$  và  $MK$  vuông góc  $Oy$  ở  $K$ . Trên tia đối của tia  $HM$  lấy  $HP = HM$ , trên tia đối của tia  $KM$  lấy  $KQ = KM$ .

- Chứng minh  $\triangle OHM = \triangle OHP, \triangle OKM = \triangle OKQ$ .
- Tam giác  $OPQ$  là tam giác gì?
- Tính số đo  $\widehat{POQ}$ .

**Bài tập 35.** Trên cạnh  $Ax$  của góc nhọn  $\widehat{xAy}$  lấy hai điểm  $B$  và  $D$  sao cho  $B$  nằm giữa  $A$  và  $D$ . Trên tia  $Ay$  lấy  $C, E$  sao cho  $AB = AC$  và  $AD = AE$ .

- Chứng minh  $\triangle ACD = \triangle ABE$ .
- Gọi  $I$  là giao điểm của  $CD$  và  $BE$ . So sánh  $\widehat{IBD}$  với  $\widehat{ICE}$ .
- Chứng minh  $\triangle IBD = \triangle ICE$ .
- Tam giác  $IBC$  và tam giác  $IDE$  là tam giác gì?

**Bài tập 36.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . Lấy điểm  $D$  thuộc cạnh  $AC$ , điểm  $E$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $AD = AE$

- So sánh  $\widehat{ABD}$  và  $\widehat{ACE}$
- Gọi  $I$  là giao điểm của  $BD$  và  $CE$ . Tam giác  $IBC$  là tam giác gì? Vì sao?

**Bài tập 37.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $AB < AC$ . Lấy  $D$  trên  $AC$  và  $E$  trên tia đối của tia  $BA$  sao cho  $AD = AB$  và  $BE = CD$ . Tia phân giác của góc  $\widehat{A}$  cắt  $CE$  ở  $I$

- $AEC$  là tam giác gì?
- Tính số đo góc  $\widehat{AIC}$  và chứng minh  $I$  là trung điểm của  $CE$

**Bài tập 38.** Vẽ  $\widehat{xOy} < 90^\circ$ . Lấy  $A, E$  thuộc  $Ox$  sao cho  $E$  nằm giữa  $O$  và  $A$  Lấy  $B, F$  thuộc  $Oy$  sao cho  $OE = OF, OA = OB$



**Bài tập 52.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$ . Lấy  $D$  trên  $AB$ . Trên tia đối của tia  $CA$  lấy  $CE = BD$ . Kẻ  $DF \parallel AC$  ( $F$  thuộc  $BC$ );  $DE$  cắt  $BC$  ở  $M$ .

- a) So sánh  $DB$  với  $DF$ .  
b) Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $DE$ .

**Bài tập 53.** Cho tam giác  $ABC$  có phân giác của  $\widehat{B}$  và  $\widehat{C}$  cắt nhau ở  $I$ . Từ  $I$  kẻ đường thẳng song song với  $BC$  cắt  $AB$  ở  $D$  và  $AC$  ở  $E$ .

- a) Tam giác  $BDI$  và tam giác  $CEI$  là tam giác gì?  
b) Chứng minh  $BD + CE = DE$ .

**Bài tập 54.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$ . Trên tia đối của tia  $AC$  lấy  $AD = AC$ .

- a) Tam giác  $ABD$  là tam giác gì?  
b) Chứng minh  $\widehat{DBC} = \widehat{BDC} + \widehat{DCB}$   
c) Tính số đo  $\widehat{DBC}$ .

**Bài tập 55.** Cho  $\widehat{xOy} < 90^\circ$ . Lấy  $A, B$  trên  $Ox$  sao cho  $A$  nằm giữa  $O$  và  $B$ . Lấy  $C, D$  trên  $Oy$  sao cho  $OA = OC$  và  $AB = CD$ .

- a) Chứng minh tam giác  $OBD$  cân.  
b) So sánh  $AD$  và  $BC$ .  
c) Gọi  $I$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$ . Tam giác  $IBD$  và tam giác  $IAC$  là các tam giác gì?  
d) Chứng minh tam giác  $OAI$  bằng tam giác  $OCI$ .

**Bài tập 56.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$ . Lấy  $D$  trên  $AB$ . Trên tia đối của tia  $CA$  lấy  $CE = BD$ .  $DE$  cắt  $BC$  ở  $M$ . Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $DE$ .

**Bài tập 57.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  có  $D$  thuộc  $AB$ . Trên tia đối của tia  $CA$  lấy  $CE = BD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $DE$ . Chứng minh  $B, M, C$  thẳng hàng.

**Bài tập 58.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $\widehat{A} = 60^\circ$  và hai đường phân giác  $BD$  và  $CE$  cắt nhau ở  $I$ .

- a) Tính số đo  $\widehat{BIC}$ .  
b)  $IF$  là đường phân giác của tam giác  $IBC$ . Chứng minh  $\triangle BIE = \triangle BIF$  và  $\triangle CID = \triangle CIF$ .  
c) Tam giác  $IDE$  là tam giác gì?



**Bài tập 13.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB < AC$  và góc  $A$  nhọn (nên vẽ  $A$  thật nhỏ thì hình càng rõ). Dựng ra phía ngoài  $\triangle ABC$  hai tam giác vuông ở  $A$  là  $\triangle ABE$  và  $\triangle ACD$  sao cho  $AB = AE, AD = AC$

- Chứng minh  $BD = CE$ .
- $CE$  cắt  $BA$  và  $BD$  lần lượt tại  $I$  và  $O$ . Chứng minh  $\widehat{AEC}$  phụ với  $\widehat{BIO}$ .
- Chứng minh  $\widehat{IBO}$  phụ với  $\widehat{BIO}$  và  $CE \perp BD$ .

**Bài tập 14.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$

- Chứng minh  $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$
- Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $AB$ . Chứng minh  $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$ .
- Chứng minh  $\widehat{MBC} = \widehat{NCB}$ .

**Bài tập 15.** Cho  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  có  $AB = A'B', AC = A'C', \widehat{A} = \widehat{A}'$

- So sánh  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$ .
- Trên  $BC, B'C'$  lấy  $AM = A'M'$ . Chứng minh  $\triangle AMC = \triangle A'M'C'$ .
- Chứng minh  $BM = B'M'$ .
- Trên  $BC, B'C'$  lấy  $BE = B'E'$ . Chứng minh  $\triangle MBE = \triangle M'B'E'$ .

**Bài tập 16.** Cho  $\widehat{xOy}$  nhọn. Trên tia  $Ox$  lấy  $A$  và trên tia  $Oy$  lấy  $B$  sao cho  $OA = OB$ . Vẽ ra phía ngoài  $\widehat{xOy}$  hai đoạn  $AM = BN$  sao cho  $AM \perp Ox$  và  $BN \perp Oy$ . Chứng minh:

- $\triangle OMA = \triangle ONB$ .
- $\widehat{AON} = \widehat{BOM}$  và  $\widehat{OMB} = \widehat{ONA}$ .
- $\widehat{AMB} = \widehat{BNA}$ .

### 8.5.3 Kỹ thuật kẻ bù

**Bài tập 17.** Cho  $\triangle ABC$  và  $\triangle DEF$  có  $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}, AB = DE, AC = DF$ . Lấy  $M$  trên  $AB$  và  $N$  trên  $DE$  sao cho  $AM = DN$ . Chứng minh:

- $MC = NF$ .
- $BM = EN$  và  $\widehat{BMC} = \widehat{ENF}$ .
- $\widehat{BCM} = \widehat{EFN}$ .

**Bài tập 18.** Cho  $\widehat{xOy}$  và tia phân giác  $Oz$ . Lấy  $I$  thuộc  $Oz$  và  $A$  thuộc  $Ox, B$  thuộc  $Oy$  sao cho  $OA = OB$ .

- Chứng minh  $\triangle AOI = \triangle BOI$ .
- Trên tia đối của tia  $Oz$ , lấy  $H$  bất kì. Chứng minh  $\widehat{AOH} = \widehat{BOH}$ .
- Chứng minh  $HO$  là tia phân giác của  $\widehat{AHB}$ .

**Bài tập 19.** Cho  $\triangle ABC$  có góc  $B$  tù và đường cao  $AH$ . Trên tia  $AH$  lấy  $D$  sao cho  $H$  là trung điểm của  $AD$ . Chứng minh:

- $BH$  là phân giác  $\widehat{ABD}$  và  $\widehat{ABC} = \widehat{DBC}$ .
- $AC = CD$ .

**Bài tập 20.** Cho hai đường thẳng  $xx'$  và  $yy'$  cắt nhau ở  $O$ .

- Chứng minh  $\widehat{xOy} = \widehat{x'Oy'}$  rồi cho nhận xét.
- $Ot$  và  $Ot'$  là hai tia phân giác của hai góc  $\widehat{xOy}$  và  $\widehat{x'Oy'}$  tương ứng. Chứng minh  $\widehat{xOt} = \widehat{x'Ot'}$ .

**Bài tập 21.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ . Trên tia  $AB$  lấy  $K$  bất kì. Kéo dài  $AC$  thêm một đoạn  $CM$  bằng với  $BK$ ;  $MK$  cắt  $BC$  ở  $D$ . Kéo dài  $CB$  thêm một đoạn  $BE$  bằng với  $DC$ . Chứng minh:

- $\widehat{EBK} = \widehat{DCM}$ .
- $\triangle EBK = \triangle DCM$ .
- $\widehat{KEB} = \widehat{KDB}$ .

**Bài tập 22.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ , có hai đường phân giác  $BD$  và  $CE$ . Chứng minh:

- $\widehat{DBC} = \widehat{ECB}$  và  $BD = CE$ .
- $\widehat{AEC} = \widehat{ADB}; \widehat{ABD} = \widehat{ACE}$  và  $AD = AE$ .

**Bài tập 23.** Cho  $\widehat{xOy}$ . Trên cạnh  $Ox$  lấy điểm  $M$  và điểm  $A$  sao cho  $OM < OA$ . Trên cạnh  $Oy$  lấy  $ON = OM$  và lấy  $OB = OA$ .  $AN$  cắt  $BM$  ở  $I$ .

- a) Chứng minh  $\triangle OMB = \triangle ONA$  và  $\widehat{AMI} = \widehat{BNI}$ .
- b) Chứng minh  $AM = BN$  và  $\triangle IAM = \triangle IBN$
- c) Chứng minh  $OI$  là tia phân giác của  $\widehat{xOy}$
- d) Gọi  $K$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Chứng minh ba điểm  $O, I, K$  thẳng hàng.

**8.5.4 Kỹ thuật bắc cầu**

**Bài tập 24.** Cho  $\widehat{xOy}$  và điểm  $M$  ở trong  $\widehat{xOy}$ . Kẻ  $MH \perp Ox$  ở  $H$  và  $MK \perp Oy$  ở  $K$ . Trên tia đối của tia  $HM$  lấy  $HN = HM$ . Trên tia đối của tia  $KM$  lấy  $KP = KM$ . Chứng minh:

- a)  $ON = OM$ .
- b)  $ON = OP$ .

**Bài tập 25.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có đường cao  $AH$ . Kẻ  $HM \perp AB$  ở  $M$  rồi kéo dài lấy  $MI = MH$ . Kẻ  $HN \perp AC$  ở  $N$  rồi kéo dài lấy  $NK = NH$ . Chứng minh  $AI = AK$ .

**Bài tập 26.** Cho  $\triangle ABC$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $AB$ .  $BM, CN$  cắt nhau ở  $G$ . Trên tia đối của  $MG$  lấy  $MH = MG$ . Trên tia đối của tia  $NG$  lấy  $NK = NG$ . Chứng minh:

- a)  $BK = AG$ .
- b)  $BK = CH$ .

**Bài tập 27.** Cho  $\triangle ABC$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $AB$ . Kéo dài  $BM$  lấy  $MI = MB$ ; Kéo dài  $CN$  lấy  $NK = NC$ . Chứng minh:

- a)  $AI = AG$ .
- b)  $\widehat{KAN} + \widehat{NAM} + \widehat{MAI} = 180^\circ$ .

**Bài tập 28.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có  $AB < AC$ , có đường cao  $AH$  và trung tuyến  $AM$ . Trên tia đối của tia  $MA$  lấy  $MD = MA$ , trên tia đối của tia  $HA$  lấy  $HE = HA$ . Chứng minh  $CD = BE$ .

**Bài tập 29.** Hai đoạn  $AB$  và  $CD$  cắt nhau ở  $O$  sao cho  $OA = OB$  và  $OC = OD$ . Chứng minh:

- a)  $\triangle AOC = \triangle BOD$ .
- b)  $AC \parallel BD$ .
- c)  $\triangle AOD = \triangle BOC$ .
- d)  $AD \parallel BC$ .

**Bài tập 30.** Cho tam giác  $AOC$ , trên tia đối của  $OA$  lấy  $OB = OA$ , trên tia đối của  $OC$  lấy  $OD = OC$ . Chứng minh:

- a)  $AC \parallel BD$ .
- b)  $AD \parallel BC$ .

**Bài tập 31.** Hai đoạn thẳng  $AB$  và  $CD$  cắt nhau ở  $O$  sao cho  $OA = OB$  và  $OC = OD$ . Chứng minh:

- a)  $AC \parallel BD$ .
- b)  $AD \parallel BC$ .

**Bài tập 32.** Cho  $\widehat{xOy} < 90^\circ$ . Lấy  $A$  trên tia phân giác của  $\widehat{xOy}$ ,  $M$  là trung điểm của  $OA$ . Từ  $M$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $OA$ , cắt  $Oy$  ở  $B$ .

- a) Chứng minh  $\triangle BAM = \triangle BOM$ .
- b) Chứng minh  $AB \parallel Ox$ .

c) Cho  $\widehat{OBA} = 120^\circ$ . Tính  $\widehat{xOy}$ .

**Bài tập 33.** Cho  $\widehat{xOy} < 90^\circ$ . Lấy  $A$  trên tia phân giác của  $\widehat{xOy}$ ,  $M$  là trung điểm của  $OA$ . Từ  $M$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $OA$ , cắt  $Oy$  ở  $B$ .

- a) Chứng minh  $AB \parallel Ox$ .
- b) Tìm số đo  $\widehat{xOy}$  để  $\widehat{OBA} = 100^\circ$ .

**Bài tập 34.** Cho tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$ , có đường trung tuyến  $BM$ . Trên tia đối của tia  $MB$  lấy  $MK = MB$ . Chứng minh:

- a)  $\triangle AMB = \triangle CMK$ .
- b)  $CK = AC$ .
- c)  $AK = BC$  và  $AK \parallel BC$ .
- d)  $\triangle ABK = \triangle CKB$ .

**Bài tập 35.** Cho tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$ , có đường trung tuyến  $BM$ . Trên tia đối của tia  $MB$  lấy  $MK = MB$ . Chứng minh:

- a)  $CK \perp AC$ .
- b)  $AK = BC$ .
- c)  $\triangle ABC = \triangle CKB$ .

**Bài tập 36.** Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến  $AM$ . Đường thẳng vuông góc với  $AB$  ở  $B$  cắt  $AM$  ở  $D$ . Lấy  $I$  thuộc tia  $AD$  sao cho  $M$  là trung điểm của  $DI$ . Chứng minh:

- a)  $BI \parallel CD$ .
- b)  $BD \parallel CI$ .
- c)  $CI \perp AB$ .





**◀ LUYỆN TẬP ▶**

**Bài tập 13.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB > AC$  và  $AD$  là đường phân giác. Trên  $AB$  lấy  $F$  sao cho  $AC = AF$ . Trên  $AD$  lấy điểm  $E$  tùy ý. Chứng minh:

- a)  $\triangle AEC = \triangle AEF$ .                      b)  $AB - AC = BF$ .                      c)  $BE - EC < BF$ .

**Bài tập 14.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Trên tia đối của tia  $MA$  lấy  $MD = MA$ . Chứng minh:

- a)  $\triangle AMB = \triangle DMC$ .                      b)  $AB + AC > 2AM$ .

**Bài tập 15.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh  $\frac{AB + AC}{2} > AM$ .

**Bài tập 16.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M$  là điểm nằm giữa hai điểm  $B$  và  $C$ . Chứng minh  $AM < \frac{AB + AC + BC}{2}$ .

**Bài tập 17.** Cho tam giác  $ABC$  có  $D$  là điểm nằm giữa hai điểm  $B$  và  $C$ . Chứng minh:  $AB + AC - BC < 2AD < AB + AC + BC$ .

**Bài tập 18.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M$  thuộc tia phân giác ngoài của  $\widehat{C}$ . Trên tia đối của tia  $CA$  lấy  $CI = CB$ .

- a) So sánh  $MI$  với  $MB$ .                      b) Chứng minh:  $MA + MB > AC + BC$ .

**Bài tập 19.** Cho tam giác  $ABC$  có  $Cx$  là tia đối của tia  $CB$ . Gọi  $Cy$  là tia phân giác  $\widehat{ACx}$ . Lấy  $M$  bất kỳ trên tia  $Cy$ . Trên  $Cx$  lấy  $N$  sao cho  $CN = CA$ . Chứng minh:

- a)  $\triangle ACM = \triangle NCM$ .                      b)  $AC + BC < MA + MB$ .

**Bài tập 20.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  có  $D$  thuộc cạnh  $AB$ . Kẻ  $DE \perp BC$  ( $E \in AC$ ).

- a) Tam giác  $ADE$  là tam giác gì?  
 b) So sánh  $BE$  và  $CD$ .  
 c)  $BE$  cắt  $CD$  ở  $O$ . Chứng minh:  $OB + OC + OD + OE > DE + BC$ .  
 d) Chứng minh:  $2BE > BD + EC$ .

**Bài tập 21.** Cho tam giác  $ABC$  có  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ . Trên tia đối của tia  $DA$  lấy  $I$  sao cho  $D$  là trung điểm  $AI$ .

- a) So sánh  $AB$  và  $CI$ .                      b) Chứng minh:  $AB + AC > 2AD$ .  
 c) Chứng minh:  $AB + AC + BC > AD + BE + CF$ .

**Bài tập 22.** Cho tam giác  $ABC$  có tia  $AM$  là đường phân giác của  $\widehat{BAC}$  ( $M$  thuộc cạnh  $BC$ ) và  $AB > AC$ . Lấy  $I$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $AI = AC$ .

- a) So sánh  $MC$  với  $MI$ .                      b) Chứng minh:  $MB - MC > AB - AC$ .

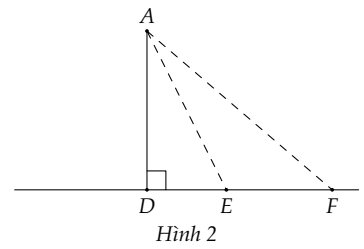
**Bài tập 23.** Cho  $\widehat{xOy} < 90^\circ$  và tia phân giác  $Oz$ . Lấy điểm  $M$  trong  $\widehat{xOz}$ . Kẻ  $MH \perp Ox$  ở  $H$ ,  $MK \perp Oy$  ở  $K$ .  $MK$  cắt tia  $Oz$  ở  $A$ . Từ  $A$  kẻ  $AI \perp Ox$  ở  $I$ .

- a) So sánh  $AI$  và  $AK$ .                      b) So sánh  $MH$  với  $MI$ ;  $MI$  với  $MK$ .  
 c) Chứng minh:  $MH < MK$ .

## 9.2 Đường xiên và đường vuông góc

### 9.2.1 Định lý

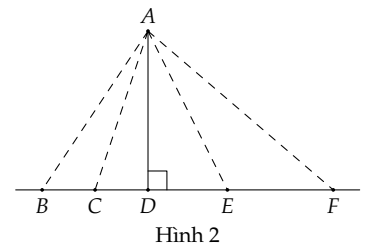
**Định lý 9.2.** Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường ngắn nhất.



### 9.2.2 Bài tập

↔ BÀI TẬP ↔

**Bài tập 1.** Trong hình 2, tìm đường vuông góc và đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng BF. Trong số đường này, đường nào ngắn nhất?



**Bài tập 2.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ  $AH \perp BC$  tại H. Chứng minh  $AC > AH$ .

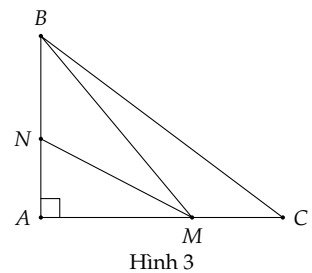
**Bài tập 3.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ  $AH \perp BC$  tại H. Chứng minh  $AB > AH$ .

**Bài tập 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A.

- a) Chứng minh  $AB < BC$ .
- b) Chứng minh  $AC < BC$ .

**Bài tập 5.** Quan sát hình 3.

- a) Tìm đoạn thẳng ngắn nhất trong các đoạn AB, BM, BC.
- b) Tìm đoạn thẳng ngắn nhất trong các đoạn MA, MN, MB.
- c) Chứng minh  $MA < BC$ .



**Bài tập 6.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ  $AH \perp BC$  tại H.

- a) Chứng minh  $AH < AB$  và  $AH < AC$ .
- b) Chứng minh  $AH < \frac{1}{2}(AB + AC)$ .

**Bài tập 7.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ  $BD \perp AC$  tại D,  $CE \perp AB$  tại E.

- a) Chứng minh  $AB > BD$ .
- b) Chứng minh  $AC > CE$ .
- c) Chứng minh  $AB + AC > BD + CE$ .

**Bài tập 8.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ  $BD \perp AC$  tại D,  $CE \perp AB$  tại E.

- a) Chứng minh  $BC > BD$ .
- b) Chứng minh  $BC > CE$ .
- c) Chứng minh  $BC > \frac{BD + CE}{2}$ .

↔ LUYỆN TẬP ↔

**Bài tập 9.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ  $BD \perp AC$  tại D,  $CE \perp AB$  tại E.

- a) Chứng minh  $AB + AC > BD + CE$ .
- b) Chứng minh  $BC > \frac{BD + CE}{2}$ .

**Bài tập 10.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AH$  là đường cao

- a) Chứng minh  $AC > AH$  và  $AC < BC$ .  
 b) Chứng minh  $AH < BC$ .

**Bài tập 11.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $D$  nằm giữa  $A$  và  $C$  ( $BD$  không vuông góc với  $AC$ ). Gọi  $E$  và  $F$  là chân đường vuông góc hạ từ  $A$  và  $C$  đến đường thẳng  $BD$ .

- a) Chứng minh  $AE < AD$ .  
 b) Chứng minh  $AE + CF < AC$ .

**Bài tập 12.** Tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$  có đường phân giác  $BD$ . Kẻ  $DH \perp BC$  tại  $H$ .

- a) So sánh tam giác  $ABD$  và tam giác  $HBD$ .  
 b) Chứng minh  $DA < DC$ .

**Bài tập 13.** Tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$ . Kẻ  $AH \perp BC$  tại  $H$ . Trên  $BC$  lấy điểm  $K$  sao cho  $BK = BA$ , trên  $AC$  lấy điểm  $I$  sao cho  $AI + AH$ .

- a) Chứng minh tam giác  $ABK$  cân.  
 b) Chứng minh  $\widehat{BAH} = \widehat{ACB}$ .  
 c) Chứng minh  $\widehat{HAK} = \widehat{KAI}$ .  
 d) Chứng minh  $AC \perp KI$ .  
 e) Chứng minh  $BC - AB > AC - AH$ .  
 f) Chứng minh  $AH + BC > AB + AC$ .

**Bài tập 14.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Gọi  $E$  và  $F$  lần lượt là chân đường vuông góc vẽ từ  $A$  và  $C$  đến đường thẳng  $BM$ .

- a) Chứng minh  $ME = MF$ .  
 b) Chứng minh  $BE + BF = 2MB$ .  
 c) Chứng minh  $AB < BM$ .  
 d) Chứng minh  $\frac{BE + BF}{2} > AB$ .

**Bài tập 15.** Cho tam giác  $DEF$ ,  $I$  là trung điểm của  $EF$ . Từ  $E$  và  $F$  kẻ  $EH \perp DI$  tại  $H$ ;  $FK \perp DI$  tại  $K$ .

- a) Chứng minh  $IH = IK$ .  
 b) Chứng minh  $DE + DF > DH + DK$ .  
 c) Chứng minh  $DH + DK = 2DI$ .  
 d) Chứng minh  $DE + DF > 2DI$ .

**Bài tập 16.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Lấy  $D$  bất kì thuộc  $AB$  và  $E$  thuộc tia đối của tia  $CA$  sao cho  $CE = BD$ . Kẻ  $DH$  và  $EK$  cùng vuông góc với đường thẳng  $BC$  tại  $H$  và  $K$

- a) So sánh  $\triangle BHD$  và  $\triangle CKE$ .  
 b) Chứng minh  $BC = HK$ .  
 c) Chứng minh  $BC < DE$ .

**Bài tập 17.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $AB < AC$  và đường cao  $AE$ . Tia phân giác của góc  $B$  cắt  $AE$  ở  $H$ . Kẻ  $HF \perp AB$  tại  $F$ .

- a) So sánh  $HE$  và  $HF$ .  
 b) Chứng minh  $HF < HC$ .

**Bài tập 18.** Cho  $\widehat{xOy} = 60^\circ$  và tia phân giác  $Oz$ . Lấy  $M \in Ox$  và  $N \in Oy$ . Kẻ  $MH$  và  $NK$  cùng vuông góc với  $Oz$  tại  $H$  và  $K$ .

- a) Chứng minh  $OM + ON = 2(MH + NK)$ .  
 b) So sánh  $OM + ON$  với  $2MN$ .

**Bài tập 19.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $AB > AC$  và đường cao  $AE$ . Kẻ đường cao  $BD$  và  $CE$ . Lấy  $F$  thuộc  $AB$  với  $AF = AC$ . Kẻ  $FI \perp AC$  tại  $I$ .

- a) So sánh  $CE$  và  $IF$ .  
 b) Kẻ  $HF \perp BD$  tại  $H$ . Chứng minh  $IF = HD$ .  
 c) Chứng minh  $AB - AC > BD - CE$ .

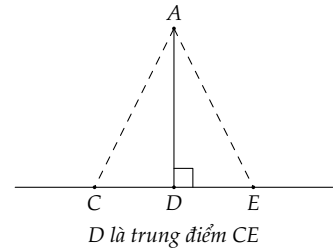
**Bài tập 20.** Cho tam giác  $ABC$  đều, trên  $BC$  lấy  $D$ , trên  $AC$  lấy  $E$  sao cho  $BD = CE$ . Kẻ  $Cx$  là phân giác của  $\widehat{C}$  và từ  $D, E$  kẻ  $DH \perp Cx$  tại  $H$ ;  $EK \perp Cx$  tại  $K$ .

- a) Chứng minh  $CD = 2DH$ ;  $CE = 2EK$ .  
 b) Chứng minh  $DE \geq \frac{BC}{2}$ .  
 c) Xác định vị trí của  $D, E$  để độ dài đoạn  $DE$  nhỏ nhất.

### 9.3 Đường trung trực của đoạn thẳng

#### 9.3.1 Khái niệm

**Định nghĩa 9.1.** Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng ấy.



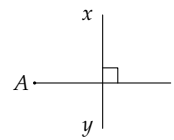
**Định lý 9.3.** Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng ấy.

**Định lý 9.4.** Điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

#### 9.3.2 Bài tập

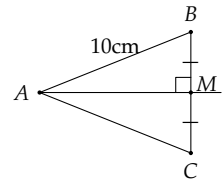
❖ BÀI TẬP ❖

**Bài tập 1.** Hình 1 minh họa một tờ giấy có hình vẽ đường trung trực  $xy$  của đoạn thẳng  $AB$  mà hình ảnh điểm  $B$  bị nhòe mất. Hãy nêu cách xác định điểm  $B$ .



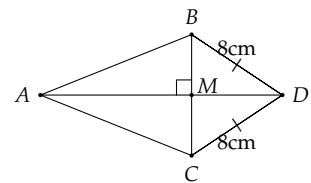
Hình 1

**Bài tập 2.** Quan sát hình 2, cho biết điểm  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $AM$  vuông góc với  $BC$  và  $AB = 10$  cm. Tính  $AC$ .



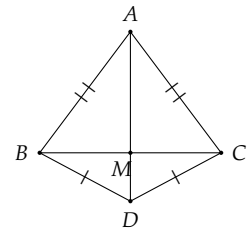
Hình 2

**Bài tập 3.** Quan sát hình 3, cho biết  $AM$  là trung trực của đoạn thẳng  $BC$  và  $DB = DC = 8$  cm. Chứng minh ba điểm  $A, M, D$  thẳng hàng.



Hình 3

**Bài tập 4.** Quan sát hình 4, biết  $AB = AC$  và  $DB = DC$ . Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $BC$ .



Hình 4

**Bài tập 5.** Cho hai điểm  $M$  và  $N$  nằm trên trung trực  $d$  của đoạn thẳng  $EF$ . Chứng minh  $\triangle EMN = \triangle FMN$ .

**Bài tập 6.** Cho  $C$  và  $D$  thuộc đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ . Chứng minh  $\widehat{DCA} = \widehat{DCB}$ .

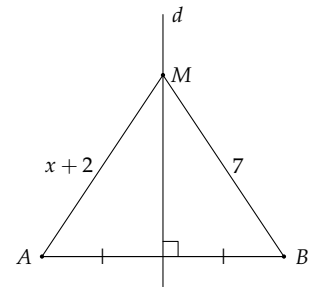
**Bài tập 7.** Cho điểm  $O$  nằm trên trung trực của đoạn thẳng  $EF$  và  $OE = 3$  cm.

a) Tìm  $OF$ .

b) Cho hai điểm  $P, Q$  thỏa mãn  $PE = PF$  và  $QE = QF$ . Chứng minh ba điểm  $O, P, Q$  thẳng hàng.

**Bài tập 8.** Gọi  $M$  là một điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng  $AB$ . Chứng minh  $M$  nằm trên đường trung trực của  $AB$ . (Gợi ý: Xét 2 trường hợp  $M$  thuộc đoạn  $AB$  và  $M$  nằm ngoài đoạn  $AB$ ).

**Bài tập 9.** Ở hình 5, cho biết  $d$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ , điểm  $M \in d$ . Biết  $MA = x + 2$  và  $MB = 7$ . Tính  $x$ .



## 9.4 Đường đặc biệt trong tam giác

### 9.4.1 Tính chất ba đường trung trực trong tam giác

**Định nghĩa 9.2.** Trong một tam giác, đường trung trực của một cạnh là đường trung trực của tam giác đó.

**Định lý 9.5.** Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

#### ❖ BÀI TẬP ❖

**Bài tập 1.** Cho ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng. Đường trung trực của  $AB$  và của  $AC$  cắt nhau tại  $O$ . Chứng minh  $OB = OC$ .

**Bài tập 2.** Cho  $\triangle ABC$  cân ở  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Hai đường trung trực của  $ABC$  và  $AC$  cắt nhau ở  $D$ .

- a) Chứng minh  $DB = DC$ . b) Chứng minh  $A, D, M$  thẳng hàng.

**Bài tập 3.** Cho  $\triangle ABC$  cân ở  $A$ . Hai tia phân giác của  $\widehat{ABC}$  và  $\widehat{ACB}$  cắt nhau ở  $I$ .

- a) Chứng minh  $\triangle BIC$  cân tại  $I$ .  
b) Chứng minh  $AI$  là đường trung trực của  $BC$ .

**Bài tập 4.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . Kẻ tia  $Bx$  vuông góc với  $BA$ , tia  $Cy$  vuông góc với  $CA$ .  $Bx$  cắt  $Cy$  tại  $D$ . Chứng minh  $\triangle ADB = \triangle ADC$  và  $AD \perp BC$ .

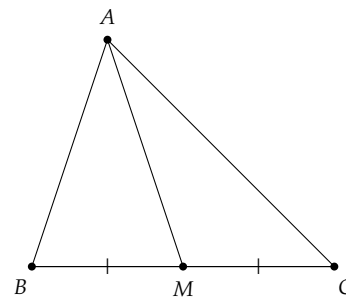
**Bài tập 5.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ . Đường trung trực của  $BC$  cắt tia phân giác của  $\widehat{BAC}$  tại  $M$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  xuống hai tia  $AB$  và  $AC$  tương ứng. So sánh  $\triangle MBH$  và  $\triangle MCK$ .

**Bài tập 6.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ . Lấy điểm  $D$  trên cạnh  $AC$  sao cho  $CD = AB$ . Đường trung trực của  $BD$  cắt đường trung trực của  $AC$  tại  $M$ .

- a) So sánh  $\triangle MAB$  và  $\triangle MCD$ .  
b)  $\triangle MAC$  là tam giác gì? Chứng minh  $AM$  là tia phân giác của  $\widehat{BAC}$ .

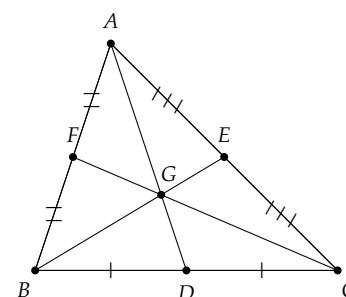
### 9.4.2 Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

**Định nghĩa 9.3.** Đường trung tuyến của tam giác là đoạn thẳng nối một đỉnh của tam giác với trung điểm của cạnh đối diện.



**Định lý 9.6.**

- Ba đường trung tuyến của một tam giác cắt nhau tại một điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng  $\frac{2}{3}$  độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.
- Giao điểm của ba đường trung tuyến trong tam giác gọi là trọng tâm của tam giác.

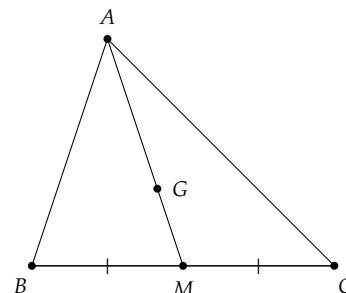


❖ BÀI TẬP ❖

**Bài tập 7.** Trong hình có G là trọng tâm của  $\triangle ABC$  với đường trung tuyến AM.

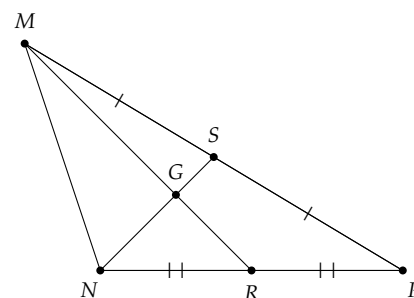
Hãy tính các tỉ số:

- a)  $\frac{GM}{AM}$                       b)  $\frac{GM}{AG}$                       c)  $\frac{AG}{GM}$



**Bài tập 8.** Cho hình bên, hãy điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau:

- a)  $MG = \dots MR; GR = \dots MR; GR = \dots MG$ .  
 b)  $NS = \dots NG; NS = \dots GS; NG = \dots GS$ .



**Bài tập 9.** Cho  $\triangle ABC$  có O là trung điểm của BC, trên tia đối của tia OA, lấy điểm D sao cho  $OA = OD$ . Gọi I và J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và DBC. Chứng minh :

$$AI = IJ = JD.$$

**Bài tập 10.** Cho  $\triangle ABC$  có hai đường trung tuyến BE và CF cắt nhau tại G. Chứng minh: G là trọng tâm của  $\triangle ABC$ .

**Bài tập 11.** Cho  $\triangle ABC$  có hai đường trung tuyến BE và CF cắt nhau ở G. D là trung điểm của BC. Đường AD là đường gì và điểm G là điểm gì của  $\triangle ABC$ ? Chứng minh: A, G, D thẳng hàng.

**Bài tập 12.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại A có BM và CN là hai đường trung tuyến.

- a) Chứng minh:  $BM = CN$ .

b) Gọi  $I$  là giao điểm của  $BM$  và  $CN$ , đường thẳng  $AI$  cắt  $BC$  tại  $H$ . Chứng minh:  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

**Bài tập 13.** Cho  $\triangle ABC$  có đường trung tuyến  $BM$  bằng đường trung tuyến  $CN$ . Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  cân.

**Bài tập 14.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có đường phân giác  $AD$ .

a) Chứng minh:  $\triangle ADB = \triangle ADC$ . Điểm  $D$  là gì?

b) Chứng minh: đường phân giác  $AD$  và hai đường trung tuyến  $BE, CF$  của  $\triangle ABC$  đồng qui tại một điểm.

**Bài tập 15.** Cho  $\triangle ABC$  có hai đường trung tuyến  $BE$  và  $CF$  cắt nhau ở  $G$ .  $AG$  kéo dài cắt  $BC$  ở  $M$ . Chứng minh:  $MB = MC$ .

LUYỆN TẬP

**Bài tập 16.** Giả sử hai đường trung tuyến  $BD$  và  $CE$  của  $\triangle ABC$  có độ dài bằng nhau và cắt nhau ở  $G$ .

a)  $\triangle BGC$  là tam giác gì?

b) So sánh  $\triangle BCD$  và  $\triangle CBE$ .

c)  $\triangle ABC$  là tam giác gì?

**Bài tập 17.** Cho  $\triangle ABC$  cân ở  $A$  có hai đường trung tuyến  $BD$  và  $CE$  cắt nhau ở  $G$ . Kéo dài  $AG$  cắt  $BC$  ở  $H$ .

a) So sánh  $\triangle AHB$  và  $\triangle AHC$ .

b) Gọi  $I$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của  $GA$  và  $GC$ . Chứng minh:  $AK, BD, CI$  đồng qui.

**Bài tập 18.** Cho  $\triangle ABC$  có đường trung tuyến  $AO$ . Kéo dài từ  $A$  đến  $O$  thêm một đoạn  $OD = OA$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của  $BD$  và  $CD$ .  $AH$  và  $AK$  lần lượt cắt  $BC$  ở  $E$  và  $F$ .

a) Trong  $\triangle ABD$  và  $\triangle ACD$ , điểm  $E$  và  $F$  được gọi là gì?      b) So sánh  $EO$  với  $BO, OF$  với  $OC$ . Chứng minh:  $EF = 2\frac{1}{3}BC$ .

**Bài tập 19.** Cho  $\triangle ABC$  có hai đường trung tuyến  $AD$  và  $BE$  cắt nhau ở  $K$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AK$ .  $CI$  cắt  $KE$  tại  $G$ .

a) Điểm  $G$  là gì của  $\triangle ACK$ . So sánh  $EG$  với  $EK$ .

b) So sánh  $EK$  với  $EB$  và so sánh  $EG$  với  $EB$ .

**Bài tập 20.** Cho  $\triangle ABC$  có đường trung tuyến  $AD$  và trọng tâm  $G$ . Đã biết  $GA = \frac{2}{3}AD$ . Hãy chứng minh:  $AD = 3GD, GA = 2GD$

**Bài tập 21.** Cho  $\triangle ABC$ . Hai đường trung tuyến  $AM$  và  $CN$  cắt nhau tại  $G$ . Trên tia đối của tia  $MA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $ME = MG$

a) Chứng minh:  $BG$  song song với  $EC$ .

b) Gọi  $I$  là trung điểm của  $BE, AI$  cắt  $BG$  tại  $F$ . Chứng minh:  $AF = 2FI$ .

**Bài tập 22.** Cho  $\triangle ABC$  có hai đường trung tuyến  $AD$  và  $BE$  cắt nhau ở  $G$ . Kéo dài  $GD$  thêm một đoạn  $DI = DG$ . Chứng minh:  $G$  là trung điểm của  $AI$ .

**Bài tập 23.** Cho  $\triangle ABC$  có trọng tâm  $G$  và đường trung tuyến  $AD$ . Kéo dài  $GD$  thêm một đoạn  $DI = DG$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $AB$ .  $IE$  cắt  $BG$  tại  $M$ . Chứng minh:  $M$  là trọng tâm của  $\triangle ABI$ .

**Bài tập 24.** Cho  $\triangle ABC$  có  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Kéo dài từ  $B$  đến  $A$  thêm một đoạn  $AD = AB$ .  $AC$  cắt  $DM$  ở  $G$ .  $BG$  kéo dài cắt  $CD$  ở  $I$ .

a) Chứng minh:  $GC = 2GA$ .

b) Đoạn  $BI$  là gì của  $\triangle BCD$ ?

**Bài tập 25.** Cho  $\triangle ABC$  có hai đường trung tuyến  $BI$  và  $CK$  cắt nhau ở  $G$ . Kéo dài  $AG$  thêm một đoạn  $GD = GA$  và  $AD$  cắt  $BC$  tại  $M$ .

a) Chứng minh:  $\triangle MBD = \triangle MCG$ .

b) Hãy so sánh  $BD$  với  $CK$ .

**Bài tập 26.** Cho  $\triangle ABC$  có đường trung tuyến  $AD$ . Lấy điểm  $G$  trên đoạn  $AD$  sao cho  $AG = 2GD$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $AC$ . Chứng minh:  $AG = \frac{2}{3}AD$  và  $B, G, E$  thẳng hàng.

**Bài tập 27.** Trên đường trung tuyến  $AD$  của  $\triangle ABC$ , lấy hai điểm  $K$  và  $G$  sao cho  $AI = IG = GD$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $AC$ .

a) Chứng minh:  $B, G, E$  thẳng hàng và so sánh  $BE$  với  $GE$ .

b)  $CI$  cắt  $GE$  ở  $O$ . Điểm  $O$  là gì của  $\triangle ACG$ ? Chứng minh:  $BE = 9OE$ .

**Bài tập 28.** Cho  $\triangle ABC$ . Trên đoạn  $BC$  có điểm  $T$  sao cho  $BT = 2TC$ . Kéo dài từ  $A$  đến  $C$  thêm một đoạn  $CD = CA$ .

a) Điểm  $T$  là gì của  $\triangle ABD$ ?

b)  $DT$  cắt  $AB$  ở  $E$ . Chứng minh:  $E$  là trung điểm của  $AB$ .

**Bài tập 29.** Cho  $\triangle ABC$  có  $M$  và  $G$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$ . Kéo dài  $MG$  thêm một đoạn  $GD = 2GM$ .

a) Điểm  $G$  là gì của  $\triangle ABD$ ?

b)  $BD$  cắt  $AC$  tại  $O$ . Chứng minh:  $O$  là trung điểm của  $BD$  và của  $GC$ .

**Bài tập 30.** Cho  $\triangle ABC$  có  $G$  là trung điểm của  $BC$  và  $I$  là trung điểm của  $BG$ . Kéo dài từ  $A$  đến  $I$  thêm một đoạn  $ID = IA$ ,  $DG$  cắt  $AC$  tại  $M$ . Chứng minh:  $M$  là trung điểm của  $AC$ .

**Bài tập 31.** Cho tam giác nhọn  $MNP$ . Các trung tuyến  $ME$  và  $NF$  cắt nhau tại  $G$ . Trên tia đối của tia  $FN$  lấy điểm  $D$  sao cho  $FD = FN$ .

a) Chứng minh  $\triangle MFN = \triangle PFD$ .

b) Trên đoạn thẳng  $FD$  lấy điểm  $H$  sao cho  $F$  là trung điểm của  $GH$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $DP$ . Chứng minh: ba điểm  $M, H, K$  thẳng hàng.

**Bài tập 32.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$ . Lấy điểm  $M$  trên cạnh  $AB$  sao cho  $BM = 2MA$ . Lấy điểm  $D$  sao cho  $A$  là trung điểm của  $CD$ .

a) Điểm  $M$  là gì của  $\triangle BCD$ .

b) Gọi  $E$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh:  $D, M, E$  thẳng hàng.

**Bài tập 33.** Cho  $\triangle ABC$ . Vẽ hai đoạn thẳng  $BI$  và  $CK$  dài bằng nhau và cùng vuông góc với  $BC$  sao cho  $I$  và  $K$  ở hai bên đường thẳng  $BC$ .  $IK$  cắt  $BC$  ở  $D$ .

a) Chứng minh:  $D$  là trung điểm của  $BC$ .

b) Lấy điểm  $G$  trên đoạn  $AD$  sao cho  $AG = \frac{2}{3}AD$ . Điểm  $G$  là gì của  $\triangle ABC$  và  $\triangle AIK$ .

**Bài tập 34.** Cho  $\triangle ABC$ . Vẽ hai đoạn thẳng  $BI$  và  $CK$  dài bằng nhau và cùng vuông góc với  $BC$  sao cho  $I$  và  $K$  ở hai phía của đường thẳng  $BC$ . Chứng minh:  $\triangle ABC$  và  $\triangle AIK$  có cùng một trọng tâm.

**Bài tập 35.** Cho  $\triangle ABC$  có  $G$  thuộc cạnh  $AC$  sao cho  $AG = 2GC$ .  $D$  là trung điểm của  $AB$ . Kéo dài  $DG$  và  $BC$  cắt nhau tại  $E$ . Chứng minh:  $BC = CE$ .

**Bài tập 36.** Cho  $\triangle ABC$  có  $BC = 2BA$ .  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $BD$  là đường phân giác của  $\triangle ABC$ . Hai tia  $BA$  và  $MD$  cắt nhau tại  $E$ .

a) Chứng minh:  $\triangle BDA = \triangle BDM$ .

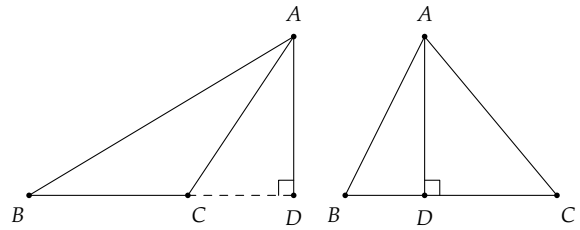
b) Chứng minh:  $\triangle BAC = \triangle BME$ .

c) Điểm  $D$  là gì của  $\triangle BCE$ ? So sánh  $DC$  và  $DA$ .

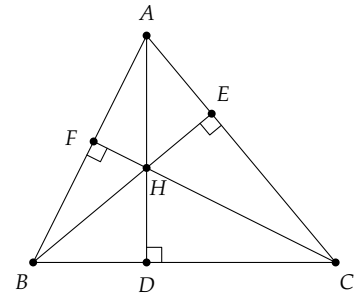
**Bài tập 37.** Cho  $\triangle ABC$  có  $BC = 2BA$ .  $BD$  là đường phân giác của  $\triangle ABC$ . Chứng minh:  $DC = 2DA$ .

9.4.3 Tính chất ba đường cao trong tam giác

**Định nghĩa 9.4.** Đoạn thẳng vuông góc kẻ từ một đỉnh của một tam giác đến đường thẳng chứa cạnh đối diện gọi là đường cao của tam giác đó.



**Định lý 9.7.** Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó gọi là trực tâm của tam giác. **Nhận xét:** Ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H. Điểm H gọi là trực tâm của tam giác ABC.



❖ BÀI TẬP ❖

**Bài tập 38.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có hai đường cao  $AD, BE$  cắt nhau tại  $H$ . Chứng minh:

- a)  $H$  là trực tâm của  $\triangle ABC$ .
- b)  $CH$  vuông góc với  $AB$ .

**Bài tập 39.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có hai đường cao  $BE, CF$  cắt nhau ở  $H$ . Chứng minh:  $AH$  vuông góc với  $BC$ .

**Bài tập 40.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$ . Lấy điểm  $H$  thuộc cạnh  $AB$ . Vẽ  $HE$  vuông góc với  $BC$  ở  $E$ . Tia  $EH$  cắt tia  $CA$  tại  $D$ . Điểm  $H$  là gì của  $\triangle BCD$ ? Chứng minh:  $CH$  vuông góc với  $BD$ .

**Bài tập 41.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$ . Điểm  $H$  thuộc cạnh  $AB$ . Vẽ tia  $Bx$  vuông góc với  $CH$  và cắt tia  $CA$  tại  $D$ . Chứng minh:  $DH$  vuông góc với  $BC$ .

**Bài tập 42.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Trên tia  $BA$  lấy điểm  $M$  sao cho  $BM = BC$ . Tia phân giác của góc  $B$  cắt  $AC$  tại  $H$ . Chứng minh:  $MH$  vuông góc với  $BC$ .

**Bài tập 43.** Trên đường thẳng  $d$ , lấy ba điểm phân biệt  $I, J, K$  ( $J$  ở giữa  $I$  và  $K$ ). Kẻ đường thẳng  $\ell$  vuông góc với  $d$  tại  $J$ . Trên  $\ell$  lấy điểm  $M$  khác với điểm  $J$ . Đường thẳng qua  $I$  vuông góc với  $MK$  cắt  $\ell$  tại  $N$ . Chứng minh:  $KN \perp IM$ .

❖ LUYỆN TẬP ❖

**Bài tập 44.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  ( $\widehat{A} < 90^\circ$ ). Hai đường cao  $BE$  và  $CF$  cắt nhau tại  $H$ .

- a) Chứng minh:  $\triangle BEC = \triangle CFB$ .
- b) Chứng minh:  $\triangle AHF = \triangle AHE$ .
- c) Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh:  $A, H, I$  thẳng hàng.

**Bài tập 45.** Cho  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $A$ . Lấy điểm  $E$  thuộc cạnh  $AC$ . Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AE$ . Chứng minh:

- a)  $DE$  vuông góc với  $BC$ .
- b)  $BE$  vuông góc với  $DC$ .

**Bài tập 46.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ). Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $N$  sao cho  $BA = BN$ . Kẻ  $BE \perp AN$  ( $E \in AN$ ).

- a) Chứng minh:  $BE$  là tia phân giác của  $\widehat{ABN}$ .
- b) Kẻ đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $AH$  với  $BE$ . Chứng minh:  $NK \parallel CA$ .
- c) Đường thẳng  $BK$  cắt  $AC$  tại  $F$ . Gọi  $G$  là giao điểm của đường thẳng  $AB$  với  $NF$ . Chứng minh:  $\triangle GBC$  cân.

**Bài tập 47.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$  có  $AB < AC$  và  $D$  là trung điểm của  $BC$ . Vẽ tia  $Bx$  vuông góc với  $AD$  tại  $E$  và cắt  $AC$  tại  $H$ . Vẽ tia  $Dy$  song song với  $AB$  cắt  $AC$  và  $Bx$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ . Điểm  $H$  là gì của  $\triangle ADK$ ? Chứng minh:  $DH$  vuông góc với  $AK$ .

**Bài tập 48.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$  có đường cao  $AD$ . Lấy điểm  $H$  trên đoạn thẳng  $AD$  và  $E$  trên đoạn  $CD$  sao cho  $HE$  song song với  $AC$ . Chứng minh:  $BH$  vuông góc với  $AE$ .

**Bài tập 49.** Cho  $\triangle ABC$  vuông cân ở  $A$ . Lấy điểm  $H$  trên cạnh  $AC$ . Kéo dài  $BA$  thêm một đoạn  $AD = AH$ . Kéo dài  $DH$  cắt  $BC$  ở  $I$ . Chứng minh:  $BH$  vuông góc với  $CD$ .

**Bài tập 50.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có ba đường cao  $AD, BE, CF$  đồng quy ở trực tâm  $H$ .

- $BF$  và  $CE$  là đường gì và điểm  $A$  là điểm gì của  $\triangle BHC$ ?
- Hãy chỉ ra trực tâm của  $\triangle HCA$  và  $\triangle HAB$  (Không cần giải thích).

**Bài tập 51.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có ba đường cao  $AD, BE, CF$ . Biết  $AD = BE = CF$ . Chứng minh rằng  $\triangle ABC$  đều.

**Bài tập 52.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$  và có đường cao  $AH$ .  $AD$  là đường phân giác của  $\triangle ABH$ ;  $CI$  là

- Chứng minh:  $\widehat{HCA} = \widehat{HAB}$  và  $\widehat{KCA} = \widehat{KAB}$ .
- Chứng minh:  $\triangle AKC$  vuông ở  $K$ . Điểm  $I$  là gì của  $\triangle ACD$ ?
- Chứng minh:  $DI$  song song với  $AB$ .

**Bài tập 53.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$  và có đường cao  $AH$ .  $AD$  là đường phân giác của  $\triangle ABH$ ;  $CE$  là đường phân giác của  $\triangle ACH$ . Chứng minh  $DE \parallel AB$ .

**Bài tập 54.** Cho  $\triangle BHC$  có  $\widehat{BHC}$  là góc tù và có đường cao  $HD$ . Vẽ  $BF$  vuông góc với  $CH$  tại  $F$ ;  $CE$  vuông góc với  $BH$  tại  $E$ . Chứng minh ba đường thẳng  $BF, CE, DH$  đồng qui.

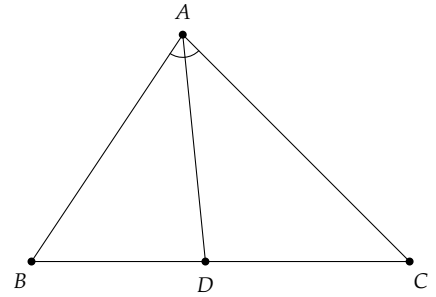
**Bài tập 55.** Cho tam giác  $MLN$  nhọn có hai đường cao  $MQ$  và  $LP$  cắt nhau tại  $S$ .

- Chứng minh:  $NS \perp LM$ .
- Khi  $\widehat{LNP} = 50^\circ$ , hãy tính  $\widehat{MSP}$  và  $\widehat{PSQ}$

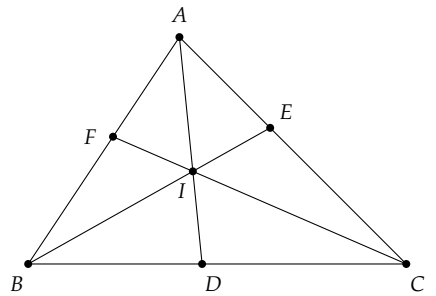
**Bài tập 56.** Chứng minh rằng một tam giác có hai đường cao (xuất phát từ các đỉnh của hai góc nhọn) bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân. Từ đó suy ra một tam giác có ba đường cao bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.

9.4.4 Tính chất ba đường phân giác trong tam giác

**Định nghĩa 9.5.** Cho  $\triangle ABC$  tia phân giác của của góc  $A$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ . Khi đó đoạn thẳng  $AD$  được gọi là đường phân giác của  $\triangle ABC$ .



**Định lý 9.8.** Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác.



⇔ BÀI TẬP ⇔

**Bài tập 57.** Cho  $M$  là một điểm nằm trên đường phân giác  $AD$  của  $\triangle ABC$ . Gọi  $MH$  và  $MK$  là hai đoạn thẳng vuông góc lần lượt vẽ từ  $M$  đến  $AB$  và  $AC$ .

- a) Chứng minh:  $\triangle MAH = \triangle MAK$
- b) Chứng minh: điểm  $M$  cách đều hai cạnh  $AB$  và  $AC$ .

**Nhận xét:** Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc đó.

**Bài tập 58.** Cho điểm  $M$  nằm trên tia phân giác  $At$  của  $\widehat{xAy}$  nhọn. Kẻ  $MH \perp Ax$  ở  $H$  và  $MK \perp Ay$  ở  $K$ . So sánh  $MH$  và  $MK$ .

**Bài tập 59.** Cho  $\triangle ABC$  có đường trung tuyến  $AM$  cũng là đường phân giác. Kẻ  $MH \perp AB$  ở  $H$  và  $MK \perp AC$  ở  $K$ .

- a) So sánh  $MH$  và  $MK$ .
- b) Chứng minh: tam giác  $BHM$  bằng tam giác  $CKM$ .
- c) Tam giác  $ABC$  là tam giác gì?

**Bài tập 60.** Cho điểm  $O$  nằm trong  $\triangle ABC$ . Vẽ  $OD \perp AB$  tại  $D, OE \perp AC$  tại  $E$ . Giả sử  $OD = OE$ . Chứng minh:  $AO$  là tia phân giác của  $\widehat{BAC}$ .

**Nhận xét:** Điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của một góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.

**Bài tập 61.** Cho góc  $xOy$  khác góc bẹt. Trên tia  $Ox$  lấy hai điểm  $A$  và  $B$ , trên tia  $Oy$  lấy hai điểm  $C$  và  $D$  sao cho  $OA = OC, OB = OD$ . Gọi  $I$  là giao điểm của hai đoạn thẳng  $AD$  và  $BC$ . Chứng minh:

- a)  $BC = AD$ .
- b)  $IA = IC, IB = ID$ .
- c) Tia  $OI$  là tia phân giác của góc  $xOy$ .

**Bài tập 62.** Tam giác  $ABC$  có phân giác của hai góc ngoài đỉnh  $B$  và đỉnh  $C$  cắt nhau ở  $I$ . Kẻ  $ID \perp AB$  ở  $D; IE \perp BC$  ở  $E; IF \perp AC$  ở  $F$ .

- a) Chứng minh:  $ID = IE = IF$ .
- b)  $AI$  là gì của  $\widehat{BAC}$ .

**Bài tập 63.** Tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  có hai đường phân giác  $BD$  và  $CE$  cắt nhau ở  $H$ . Đường thẳng  $AH$  cắt  $BC$  ở  $M$ .

- a) Đường thẳng  $AM$  là đường đặc biệt gì của tam giác  $ABC$ .
- b) So sánh tam giác  $ABM$  và tam giác  $ACM$ .
- c) Tính số đo  $\widehat{AMB}$ .

**Bài tập 64.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Kẻ đường trung tuyến  $AM$ . Tia phân giác của góc  $B$  cắt  $AM$  tại  $I$ . Chứng minh:  $CI$  là tia phân giác của góc  $C$ .

**Bài tập 65.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Tia phân giác của góc  $B$  và  $C$  cắt nhau tại  $M$ . Tia  $AM$  cắt  $BC$  tại  $H$ . Chứng minh:  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

**Bài tập 66.** Cho  $\triangle ABC$  cân ở  $A$  có  $AM$  là đường trung tuyến.

a) So sánh  $\widehat{BAM}$  với  $\widehat{CAM}$ .

b) Lấy điểm  $D$  trên  $AM$ .  $KDH \perp AB$  ở  $H$  và  $DK \perp AC$  ở  $K$ . Chứng minh:  $\triangle DHK$  cân.

**Bài tập 67.** Cho tam giác  $AMN$  vuông tại  $A$ . Tia phân giác của góc  $M$  và  $N$  cắt nhau tại  $I$ . Tia  $MI$  cắt  $AN$  tại  $R$ . Kẻ  $RT$  vuông góc với  $AI$  tại  $T$ . Chứng minh:  $AT = RT$ .

**🔗 LUYỆN TẬP 🔗**

**Bài tập 68.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  có  $\widehat{A} = 80^\circ$  và trung tuyến  $AM$ .

a) Tính số đo góc  $B$  và góc  $C$ .

b) Tia phân giác của góc  $B$  cắt  $AM$  ở  $I$ . Tính số đo  $\widehat{ACI}$ .

**Bài tập 69.** Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Hai tia phân giác trong của góc  $B$  và góc  $C$  cắt nhau ở  $I$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh:  $A, I, M$  thẳng hàng.

**Bài tập 70.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Gọi  $G$  là trọng tâm,  $I$  là điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác đó. Chứng minh: ba điểm  $A, G, I$  thẳng hàng.

**Bài tập 71.** Cho tam giác  $DEF$ . Tia phân giác của góc  $D$  và  $E$  cắt nhau tại  $I$ . Qua  $I$  kẻ đường thẳng song song với  $EF$ , đường thẳng này cắt  $DE$  tại  $M$ , cắt  $DF$  tại  $N$ . Chứng minh:  $ME + NF = MN$

**Bài tập 72.** Cho tam giác  $AOB$  vuông tại  $O$ . Hai đường phân giác  $AM$  và  $BN$  cắt nhau tại  $I$ . Gọi  $H, K, T$  lần lượt là chân đường vuông góc vẽ từ  $I$  đến các cạnh  $AB, OA$  và  $OB$ . Cho biết  $IH = 3 \text{ cm}$ .

a) Tính số đo  $\widehat{IOA}$ .

b) Tính độ dài  $IK$  và  $IT$ .

**Bài tập 73.** Tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$ . Tia phân giác của góc  $B$  và góc  $C$  cắt nhau tại  $I$ .

a) Tính số đo  $\widehat{BAI}$  và  $\widehat{CAI}$ .

b) Kẻ  $ID \perp AB$  ở  $D$ ;  $IE \perp AC$  ở  $E$ ;  $IF \perp AC$  ở  $F$ . Chứng minh: Điểm  $I$  cách đều ba cạnh của tam giác  $ABC$ .

**Bài tập 74.** Tam giác  $ABC$  có  $\widehat{A} = 60^\circ$ . Hai đường phân giác  $BD$  và  $CE$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau ở  $I$ .

a) Tính số đo  $\widehat{BAI}$  và  $\widehat{CAI}$ .

b) Tính  $\widehat{IBC} + \widehat{ICB}$  rồi suy ra số đo của  $\widehat{BIC}$ .

c) Tính số đo  $\widehat{BIE}$  và  $\widehat{CID}$ .

**Bài tập 75.** Tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$  có hai tia phân giác trong của góc  $B$  và góc  $C$  cắt nhau ở  $I$ . Kẻ  $ID \perp AB$  ở  $D$ ;  $IE \perp AC$  ở  $E$ ;  $IF \perp BC$  ở  $F$ . Chứng minh:  $AD = AE$ ;  $BD = BF$ ;  $CE = CF$ .

**Bài tập 76.** Tam giác  $ABC$  có  $\widehat{A} = 60^\circ$  và đường phân giác  $BD$ . Tia phân giác của góc  $A$  cắt  $BD$  ở  $I$ .

a) Tia  $CI$  là gì của  $\widehat{ACB}$ ?

b) Tính số đo của  $\widehat{BIC}$ .

c) Kéo dài  $CI$  cắt  $AB$  ở  $J$ . Tính số đo  $\widehat{BIE}$  và  $\widehat{CID}$ .

d) Tia phân giác của  $\widehat{BIC}$  cắt  $BC$  ở  $F$ . Chứng minh:  $IE = IF = ID$ .

# Chương 10

## Làm quen với biến cố và xác suất

### 10.1 Làm quen với biến cố

#### 10.1.1 Biến cố là gì?

**Định nghĩa 10.1.** Các hiện tượng, sự kiện trong tự nhiên, cuộc sống được gọi chung là biến cố.

- *Biến cố chắc chắn:* là biến cố biết trước được luôn xảy ra,
- *Biến cố không thể xảy ra:* là biến cố biết trước được không bao giờ xảy ra,
- *Biến cố ngẫu nhiên:* là biến cố không biết trước được có xảy ra hay không.

**Ví dụ 26.** Trong các ví dụ sau, em hãy cho biết biến cố chắc chắn, biến cố nào là không thể, biến cố nào là ngẫu nhiên,

- A: “trong điều kiện bình thường, nước đun đến  $100^{\circ}\text{C}$  nước sẽ sôi”.
- B: “Tháng hai năm 2023 có 31 ngày”.
- C: “gieo một con xúc xắc thì sẽ xuất hiện mặt sáu chấm”.

#### 10.1.2 Xác suất của biến cố

**Định nghĩa 10.2.** Khả năng xảy ra của một biến cố được đo lường bởi một số nhận giá trị từ 0 đến 1, gọi là xác suất của biến cố đó. Xác suất của biến cố A kí hiệu là  $P(A)$ .

**Lưu ý 10.1.** • Khả năng xảy ra của biến cố chắc chắn là 100%. Vậy biến cố chắc chắn có xác suất bằng 1.

- Khả năng xảy ra của biến cố không thể là 0%. Vậy biến cố không thể có xác suất bằng 0.
- Xác suất của một biến cố càng gần 1 thì biến cố đó có nhiều khả năng xảy ra. Xác suất của một biến cố càng gần 0 thì biến cố đó càng ít khả năng xảy ra.

**Ví dụ 27.**

- Xác suất biến cố A: “Mặt trời mọc ở hướng Tây” là bằng 0, vì A là biến cố không thể.
- Xác suất biến cố B: “Tháng một có 31 ngày” là bằng 1, vì B là biến cố chắc chắn.

**Định lý 10.1.** Khi tất cả các kết quả của một trò chơi hay phép thử nghiệm ngẫu nhiên đều có khả năng xảy ra bằng nhau thì xác suất xảy ra của mỗi kết quả đều là  $\frac{1}{n}$ , trong đó n là số các kết quả.

#### 10.1.3 Bài tập

##### A. Nhận dạng biến cố

**Bài tập 1.** Các em hãy lấy ví dụ xung quanh chúng ta hàng ngày để mô tả

- Biến cố chắc chắn.
- Biến cố không thể.
- Biến cố ngẫu nhiên.

**Bài tập 2.** Một hộp có chứa 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 4 quả bóng trắng có kích thước và khối lượng bằng nhau. Chọn ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp.

- Hãy so sánh xác suất của các biến cố sau:  
A: “Quả bóng lấy ra có màu xanh”;

B: “Quả bóng lấy ra có màu đỏ”;  
C: “Quả bóng lấy ra có màu trắng”.

- b) Hãy xác định xác suất của các biến cố:  
M: “Quả bóng lấy ra có màu tím”;  
N: “Quả bóng lấy ra không có màu tím”.

**Bài tập 3.** Gieo một con xúc xắc và thấy xuất hiện 6 chấm ở mặt trên cùng. Trong các biến cố sau, biến cố nào xảy ra, biến cố nào không xảy ra?

A: “Gieo được mặt có số chấm nhỏ hơn 3”;  
B: “Gieo được mặt có số chấm là ước của 6”.  
C: “Mặt bị úp xuống có số chấm bằng 1”.

**Bài tập 4.** Trong các biến cố sau đây, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên. Tại sao? A: “Gieo được mặt có ít nhất 1 chấm”;

B: “Gieo được mặt có số chấm là bội của 7”;  
C: “Gieo được mặt có số chấm là ước của 7”.

**Bài tập 5.** Trong hộp có 6 thanh gỗ được gắn số từ 0 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai thanh gỗ từ hộp trên. Hỏi trong các biến cố sau, biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên? Tại sao?

A: “Lấy được hai thanh gỗ gắn số lẻ”;  
B: “Tổng các số gắn trên hai thanh gỗ bằng 7”;  
C: “Tích các số gắn trên hai thanh gỗ bằng 7”;  
D: “Tổng các số gắn trên hai thanh gỗ nhỏ hơn”.

**Bài tập 6.** Gieo một con xúc xắc hai lần liên tiếp và quan sát số chấm xuất hiện trong mỗi lần gieo. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên. Tại sao?

A: “Tích số chấm xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn 1”;  
B: “Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn 1”;  
C: “Tích số chấm xuất hiện trong hai lần gieo là 7”;  
D: “Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo là 7”.

**Bài tập 7.** Tung một đồng xu hai lần. Hỏi trong các biến cố sau, biến cố nào xảy ra? Biết rằng hai lần tung đều xuất hiện mặt sấp.

A: “Lần tung thứ 2 xuất hiện mặt sấp”;  
B: “Xuất hiện hai mặt giống nhau trong hai lần tung”;  
C: “Có ít nhất 1 lần tung xuất hiện mặt ngửa”.

**Bài tập 8.** Bạn Minh quay mũi tên ở vòng quay trong hình bên và quan sát xem khi dừng lại thì nó chỉ vào ô nào. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

A: “Kim chỉ vào ô ghi số không nhỏ hơn 1”;  
B: “Kim chỉ vào ô có màu trắng”;  
C: “Kim chỉ vào ô có màu tím”;  
D: “Kim chỉ vào ô ghi số lớn hơn 6”.

**Bài tập 9.** Trong một ống cắm bút có 1 bút xanh, 1 bút đỏ và 1 bút tím. Lần lượt lấy ra 2 bút từ ống.

- Nêu tập hợp các kết quả có thể xảy ra đối với màu của các bút được lấy ra.
- Gọi A là biến cố “Lấy được bút đỏ ở lần lấy thứ nhất”. Hãy nêu tập hợp tất cả các kết quả làm cho biến cố A xảy ra.
- Hãy nêu một biến cố chắc chắn và một biến cố không thể đối với phép thử trên.

**Bài tập 10.** Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên

- Đến năm 2050, con người tìm được sự sống bên ngoài Trái đất.
- Ở Mũi Điện, ngày mai Mặt trời sẽ mọc ở hướng đông.
- Gặp một giáo viên trong trường em có số tuổi là 30.
- Gieo một đồng xu cân đối 50 lần đều ra mặt sấp.

## B. Xác suất của biến cố trong trò chơi gieo xúc xắc

**Ví dụ 28.** Khi gieo một con xúc xắc, thì khả năng gieo được mặt 1 chấm, 2 chấm, 3 chấm, 4 chấm, 5 chấm và 6 chấm, có tất cả 6 trường hợp có khả năng xảy ra. Tuy nhiên để gieo được mặt 6 chấm thì chỉ có thể xảy ra 1 trường hợp. Nếu gọi A là biến cố “gieo được mặt 6 chấm”, thì xác suất để biến cố A xảy ra là  $\frac{1}{6}$ .

**Bài tập 11.** Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối.

- Gọi  $A$  là biến cố “Gieo được mặt một chấm”. Hãy tính xác suất của biến cố  $A$ .
- Gọi  $B$  là biến cố “Gieo được mặt có nhiều hơn 6 chấm”. Hãy tính xác suất của biến cố  $B$ .

### C. Xác suất của biến cố trong trò chơi lấy vật từ hộp

**Ví dụ 29.** Một bình có 4 quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau, trong đó có 1 quả màu xanh, 1 quả màu vàng, 1 quả màu đỏ và 1 quả màu trắng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ bình. Hãy liệt kê các kết quả có thể xảy ra.

Trong hoạt động trên có hai điểm cần lưu ý là:

- Có đúng 4 kết quả xảy ra.
- Do 4 quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau nên mỗi kết quả đều có khả năng xảy ra bằng nhau.

**Bài tập 12.** Trong hoạt động trên

- Gọi  $A$  là biến cố “Lấy được quả bóng màu xanh”. Tính xác suất của biến cố  $A$ .
- Gọi  $B$  là biến cố “Quả bóng lấy ra không có màu tím”. Tính xác suất của biến cố  $B$ .

**Bài tập 13.** Một hộp có 10 lá thăm có kích thước giống nhau và được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên 1 lá thăm từ hộp.

- Hãy nêu các điểm cần lưu ý khi tính xác suất liên quan đến các hoạt động trên.
- Gọi  $A$  là biến cố “Lấy được lá thăm ghi số 9”. Hãy tính xác suất của biến cố  $A$ .
- Gọi  $B$  là biến cố “Lấy được lá thăm ghi số nhỏ hơn 11”. Hãy tính xác suất của biến cố  $B$ .

**Bài tập 14.** Một tấm bìa hình tròn được chia thành 6 phần bằng nhau như hình bên. Bạn Minh đặt tấm bìa nằm thẳng trên bàn, quay mũi tên ở tâm và quan sát xem khi dừng lại thì mũi tên chỉ vào ô nào.

Hãy so sánh xác suất xảy ra của các biến cố sau:

- A: “Mũi tên chỉ vào ô có màu đỏ”;  
 B: “Mũi tên chỉ vào ô ghi số 3”;  
 C: “Mũi tên chỉ vào ô ghi số lớn hơn 2”.

**Bài tập 15.** Một hộp có chứa 100 chiếc thẻ cùng loại, trong đó chỉ có 1 thẻ được đánh dấu là *Thẻ may mắn*. Bình lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ và Minh lấy ra ngẫu nhiên 10 thẻ từ hộp. Xác suất bạn nào lấy được Thẻ may mắn cao hơn?

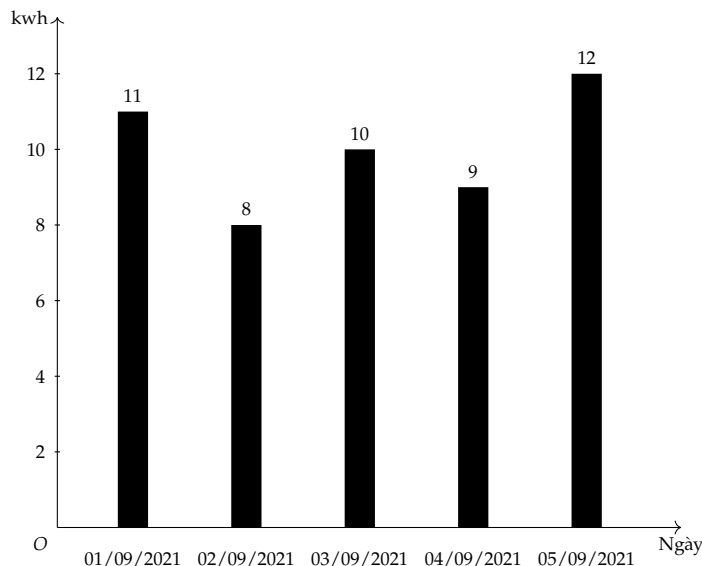
**Bài tập 16.** Gieo một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

- $A$ : “Gieo được mặt có số chấm bằng 4”.
- $B$ : “Gieo được mặt có số chấm chia hết cho 5”.
- $C$ : “Gieo được mặt có số chấm là số tròn chục”.

**Bài tập 17.** Đội múa có 1 bạn nam và 5 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn để phỏng vấn. Biết mỗi bạn đều có cùng khả năng được chọn. Hãy tính xác suất của biến cố bạn được chọn là nam.

**Bài tập 18.** Lượng điện tiêu thụ mỗi ngày trong 5 ngày đầu tháng 9/2021 của một hộ gia đình được cho ở biểu đồ sau. Chọn ngẫu nhiên 1 ngày trong 5 ngày đó. Hãy tính xác suất của biến cố “Hộ gia đình sử dụng 10 kwh điện trong ngày được chọn”.

### Lượng tiêu thụ của mỗi hộ gia đình



**Bài tập 19.** Trên giá sách có 3 quyển truyện tranh và 1 quyển sách giáo khoa. An chọn ngẫu nhiên 2 quyển từ giá sách. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên. Tại sao?

- A: “An chọn được 2 quyển truyện tranh”.
- B: “An chọn được ít nhất 1 quyển truyện tranh”.
- C: “An chọn được 2 quyển sách giáo khoa”.

**Bài tập 20.** Trong, hộp kính 4 trái bóng bàn được đánh số từ 1 đến 4. Đến lượt mình, mỗi bạn trong tổ lấy ngẫu nhiên số trái bóng, xem số rồi trả lại hộp.

- a) Em có biết chắc chắn số nào sau mỗi lần lấy bóng lên xem số hay không?
- b) Liệt kê tất cả các kết quả có thể của thí nghiệm này. Có bao nhiêu kết quả có thể?

**Bài tập 21.** Trong hộp kín có 6 trái bóng bàn được đánh số từ 1 đến 6. Đến lượt mình, mỗi bạn trong nhóm lấy ngẫu nhiên một trái bóng, xem rồi trả lại hộp. Kết quả xem số sau mỗi lần lấy trái bóng được ghi lại ở bảng sau:

Lần lấy thứ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số ghi trên trái bóng	4	1	2	1	3	4	5	4	2	6	3	5

- a) Sự kiện số lớn hơn 6 xuất hiện có xảy ra hay không?
- b) Có bao nhiêu kết quả có thể? Liệt kê tất cả các kết quả có thể của thí nghiệm này.
- c) Các bạn đã lấy trái bóng lên xem mấy lần? Số nào xuất hiện nhiều nhất, ít nhất?

**Bài tập 22.** Một lồng quay xổ số chứa 10 quả bóng có cùng kích thước và cân nặng được đánh số từ 0 đến 9. Sau mỗi lần quay có đúng 1 quả bóng lọt xuống lỗ. Sau khi ghi lại số của quả bóng này, bóng được trả lại lồng để thực hiện lần quay tiếp theo.

- a) Em có biết chắc chắn số của quả bóng sau mỗi lần quay không?
- b) Liệt kê tất cả các kết quả có thể của thí nghiệm này. Có bao nhiêu kết quả có thể?



**Bài tập 23.** Gieo hai con xúc xắc cân đối. Hãy so sánh xác suất xảy ra của các biến cố sau:

- A: “Tổng số chấm xuất hiện ở mặt trên hai con xúc xắc là số chẵn”.
- B: “Số chấm xuất hiện ở mặt trên hai con xúc xắc đều bằng 6”.
- C: “Số chấm xuất hiện ở mặt trên hai con xúc xắc bằng nhau”.

**Bài tập 24.** Một hộp có 4 cái thẻ có kích thước giống nhau và được đánh số lần lượt là 2, 4, 6, 8. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Hãy tính xác suất của các biến cố sau:

- A: “Lấy được thẻ ghi số là số nguyên tố”.
- B: “Lấy được thẻ ghi số là số lẻ”.

C: “Lấy được thẻ ghi là số chẵn”.

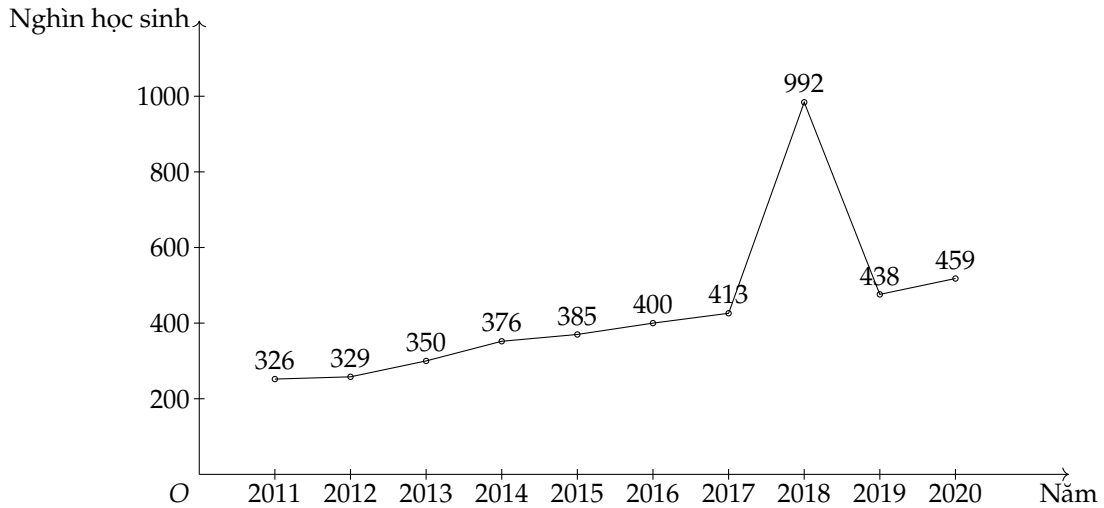
**Bài tập 25.** Một hộp kín chứa 5 quả cầu có kích thước và khối lượng bằng nhau, trong đó có 1 quả màu xanh và 4 quả màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu từ hộp. Hãy tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Quả cầu lấy ra có màu vàng”.

B: “Quả cầu lấy ra có màu xanh”.

**Bài tập 26.** Biểu đồ dưới đây thống kê số học sinh Trung học cơ sở của TP Hồ Chí Minh trong giai đoạn từ năm 2011 đến năm 2020.

**Số học sinh THCS ở TP Hồ Chí Minh giai đoạn 2011 – 2020**



Chọn ngẫu nhiên một năm trong giai đoạn đó. Biết khả năng chọn mỗi năm là như nhau:

- a) Nêu tập hợp các kết quả có thể xảy ra với năm được chọn.
- b) Gọi B là biến cố “TP Hồ Chí Minh có trên 420000 học sinh Trung học cơ sở trong năm được chọn”. Hãy tính xác suất của biến cố B.

**Bài tập 27.**

Sự kiện	Hai đồng sấp	Một đồng sấp, một đồng ngửa	Hai đồng ngửa
Số lần xuất hiện	12	15	13

**Bài tập 27.** Hãy tính xác suất thực nghiệm của sự kiện:

- a) Có hai đồng sấp.
- b) Một đồng sấp, một đồng ngửa.



**Bài tập 28.** Gieo một con xúc xắc cân đối 6 mặt 100 lần ta thu được kết quả như sau:

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần xuất hiện	17	18	15	18	16	16

- a) Tính xác suất thực nghiệm của sự kiện gieo được mặt có số chẵn chấm trong 100 lần gieo trên.
- b) So sánh xác suất thực nghiệm của sự kiện gieo được mặt có số chẵn chấm và xác suất thực nghiệm của sự kiện gieo được mặt có số lẻ chấm trong 100 lần gieo trên.

**Bài tập 29.** Hằng ngày, An đều đi xe buýt đến trường. An ghi lại thời gian chờ xe buýt của mình trong 20 lần liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian chờ	Dưới 2 phút	Từ 2 phút đến dưới 5 phút	Từ 5 phút đến dưới 10 phút	Từ 10 phút trở lên
Số lần	2	10	4	4

Hãy tính xác suất thực nghiệm của các sự kiện:









- a) An phải chờ xe buýt dưới 5 phút.
- b) An phải chờ xe từ 10 phút trở lên.

**Bài tập 30.** Trong một thùng kín có một số quả bóng xanh và một số quả bóng đỏ có cùng kích thước. Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ trong thùng, xem màu rồi trả lại thùng. Lặp lại hoạt động này 100 lần ta thu được kết quả ở bảng sau:

Loại bóng	đỏ	xanh
Số lần	75	25

Em hãy dự đoán xem loại bóng nào có nhiều hơn.

**Bài tập 31.** Gieo một con xúc xắc cân đối 4 mặt 50 lần và quan sát rồi ghi lại số trên đỉnh của con xúc xắc, ta được kết quả như sau:

Đỉnh số	Kiểm đếm		
1			
2			
3			
4	$x$		



- a) Tìm  $x$ .
- b) Lập bảng thống kê thể hiện bảng kiểm đếm trên và vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng thống kê đó.
- c) Tính xác suất thực nghiệm của sự kiện gieo được đỉnh số 4 trong 50 lần gieo trên.

**Bài tập 32.** Kiểm tra thị lực của học sinh một trường THCS ta thu được kết quả như sau:

Khối	Số học sinh được kiểm tra	Số học sinh bị tật khúc xạ
6	160	15
7	200	28
8	180	20
9	240	36

Hãy tính và so sánh xác suất thực nghiệm của sự kiện “Số học sinh bị tật khúc xạ” theo từng khối lớp.

**Bài tập 33.** Người ta thường gọi các mặt: 1 chấm, 2 chấm, 3 chấm, 4 chấm, 5 chấm, 6 chấm của một con xúc xắc là Nhất, nhị, tam, tứ, ngũ, lục. Gieo một con xúc xắc 6 mặt  $n$  lần ta được kết quả như sau:

Sự kiện	Nhất	Nhị	Tam	Tứ	Ngũ	Lục
Số lần xuất hiện	17	15	18	$x$	16	$y$

Tim  $x, y$  biết rằng xác suất thực nghiệm của sự kiện gieo được các mặt tứ, ngũ lần lượt là 0,14 và 0,16.

# Tài liệu tham khảo

- [1] Đặng Đức Trọng. *Bồi dưỡng năng lực tự học toán 7*, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia TP. Hồ Chí Minh, 2020.
- [2] Trần Nam Dũng, *Sách giáo khoa toán 7, Chân Trời Sáng Tạo*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2022.
- [3] Hà Huy Khoái, *Sách giáo khoa toán 7, Kết Nối Tri Thức với cuộc sống*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2022.
- [4] Đỗ Đức Thái, *Sách giáo khoa toán 7, Cánh Diều*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2022.